Spannungsoberwellen bei Umrichtern

Von der Technischen Hochschule zu Breslau

zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs

genehmigte

Dissertation

vorgelegt

von

Dipl.-Ing. **Friedrich Barz**
aus Berlin-Wilmersdorf

Referent: Prof. Dr.-Ing. G. Hilpert
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. J. Schammel

Tag der mündlichen Prüfung: 11. Dezember 1935

Erweiterter Sonderdruck aus Archiv für Elektrotechnik 1936, Bd. 30, Heft 5
Verlagsbuchhandlung Julius Springer in Berlin W 9

*37593

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

Spannungsoberwellen bei Umrichtern.

Von

Friedrich Barz, Berlin-Lankwitz.

(Eingegangen am 14. 1. 1936.)

621.314.27.018.3

Inhalt: Es wird gezeigt, daß die bekannten Umrichter bezüglich der Oberwellen der gelieferten Spannung gegeneinander bevorzugt sind und somit kein Optimum hinsichtlich der Oberwellen darstellen können. Alsdann wird ein neues Arbeitsverfahren, das diese Bedingung befriedigt, entwickelt und an einfachen und zusammengesetzten Umrichtern erläutert. Ferner wird der Versuch einer Abschätzung der betrieblichen Einflüsse auf die Spannungskurve unternommen und über Versuche am Umrichter für die Wiesentalbahn berichtet[1]).

Einleitung.

Unter Umrichtern werden gemäß einem Vorschlag der Deutschen Reichsbahn[2]) solche Stromrichter verstanden, die Wechselstrom einer Frequenz unmittelbar in Wechselstrom anderer Frequenz unter Vermittlung gesteuerter Entladungsstrecken umformen. Diese ruhenden Umformer sind von besonderer Bedeutung für die Speisung von Einphasenstrom-Bahnnetzen von $16^2/_3$ Hz aus den Drehstrom-Landesnetzen von 50 Hz. Gegenüber den Gleichrichtern und Wechselrichtern, die hinsichtlich der Ausbildung der Hauptstromkreise gleichartig sind und sich untereinander nur bezüglich der Arbeitsweise und der Steuerung der Entladungsstrecken unterscheiden, stellt der Umrichter einen wesentlich verwickelteren Umformer dar. Dies gilt nicht nur für die Steuerung der Entladungsstrecken, sondern auch für die Hauptstromkreise. Es ergibt sich dabei, daß bei Gleichrichtern und Wechselrichtern keine Entladungsstrecke vor der anderen bevorzugt ist. Bei Umrichtern hat jedoch jede Entladungsstrecke den Augenblickswerten der Wechselspannungen auf der Primär- und Sekundärseite Rechnung zu tragen. Mithin wird die Beanspruchung der einzelnen Entladungsstrecken hinsichtlich des durchfließenden Stromes und der in der Sperrzeit an der Entladungsstrecke liegenden Spannung verschiedenartig sein.

Die Umrichter und ihr betriebliches Verhalten sind erst in den letzten Jahren[3]) ausführlich untersucht worden. Im Patentschrifttum sind die grundsätzlichen Schaltungen bereits früher und naturgemäß auch in neuerer Zeit[4]) behandelt worden. Infolge der Eigenschaft der Entladungsstrecken, sozusagen nur als Schalter zu wirken, werden die Strom- und Spannungsverhältnisse sowohl im Primär- als auch im Sekundärnetz von sinusförmigen Verhältnissen mehr oder minder abweichen. Im allgemeinen sind dabei die Erfordernisse des sekundären niederfrequenten Netzes vorherrschend.

---

[1]) Für die Möglichkeit, diese Versuche im Prüffeld der AEG-Fabriken Brunnenstraße auszuführen, danke ich der Direktion der Allgemeinen Elektricitäts-Gesellschaft.

[2]) Diskussionsbeitrag Wechmann, ETZ 53 (1932) S. 771.

[3]) Fachheft „Stromrichter" der Zeitschrift „Elektr. Bahnen" 8 (1932). — H. Laub, Umrichter. Arch. Elektrotechn. 27 (1933) S. 215. — R. Feinberg, Zur Theorie der Drehstrom-Einphasenstrom-Umformung mit Hüllkurvenumrichtern. Arch. Elektrotechn. 27 (1933) S. 539. W. Wechmann, Der elektrische Zugbetrieb der Deutschen Reichsbahn während der Jahre 1932 und 1933 (bisheriger Aufbau; die ersten Stromrichter). Elektr. Bahnen 10 (1934) S. 1. — R. Tröger, 4000 kVA-Umrichter für das Reichsbahn-Unterwerk der Wiesentalbahn. Elektr. Bahnen 10 (1934) S. 15.

[4]) Amerik. Patente 1193485 (A. T. Kasley) und 1408118 (F. W. Meyer). Britische Patente 155784, 218675, 220608. Schweizerische Patente 107466 und 150092.

Dies gilt auch für die nachfolgenden Betrachtungen, bei denen eine starre Umformung von Drehstrom der Frequenz 50 Hz in Einphasenstrom der Frequenz $16^2/_3$ Hz zugrunde gelegt wird.

Vereinfachende Annahmen.

Außer der Voraussetzung, daß das speisende Drehstromnetz beliebig ergiebig sein soll, soll weiterhin angenommen werden, daß die Spannungsabfälle im Haupttransformator des Umrichters und in den Entladungsstrecken vernachlässigbar klein sind. Damit der Einfluß der Arbeitsverfahren der einzelnen Umrichter auf die Güte der erzeugten Einphasenspannung besser erkennbar ist, sollen zunächst stets nur drei Speisephasen vorgesehen sein.

1. Umrichter mit Kompensationsharmonischer.

Der Gedanke, bei Umrichtern, die von Hause aus eine von der Sinusform abweichende Wechselspannung liefern, eine Kompensationsharmonische einzufügen, ist wohl zum erstenmal in dem schweizerischen Patent 107466 beschrieben worden. Zur Bestimmung von Amplitude und Phase der Kompensationsharmonischen dreifacher Frequenz, die man dabei unmittelbar transformatorisch dem Drehstromnetz entnehmen kann, muß man die zunächst annähernd trapezförmige Grundkurve u_a gemäß Bild 1 nach Fourier analysieren. Setzt man die Scheitelwerte der drei Speisephasen gleich 1, so liefert die harmonische Analyse folgendes Ergebnis:

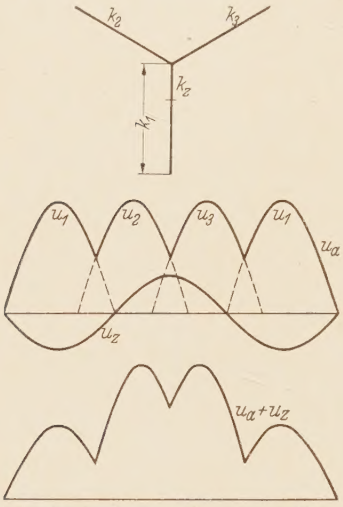

Bild 1. Spannungskurve des Umrichters mit Kompensationsharmonischer.

$$b_1 = +1{,}047 \qquad b_7 = +0{,}111$$
$$b_3 = +0{,}333 \qquad b_9 = -0{,}138$$
$$b_5 = +0{,}181 \qquad b_{11} = +0{,}186$$

und daher für die zusätzliche Kompensationsharmonische:

$$k_z = -0{,}333.$$

Als resultierende Kurve ergibt sich mithin $u_a + u_z$.

2. Hüllkurvenumrichter.

Den Begriff der Hüllkurve hat Löbl in die Umrichtertechnik eingeführt (vgl. schweizerisches Patent 150092). Die zu dieser Gattung gehörenden Umrichter zerfallen in zwei Untergruppen, und zwar hat Löbl seinen Hüllkurvenumrichter derart definiert, daß die Höchstwerte der aufeinander folgenden Phasenspannungen des Drehstromnetzes derart abgestuft sind, daß die Scheitelwerte auf der gewünschten Kurve der niederfrequenten Einphasenspannung liegen[5]). In den späteren Veröffentlichungen von H. Meyer-Delius[6]) und R. Feinberg[7]) ist für die Hüllkurvenumrichter die streng mathematische Definition zugrunde gelegt worden. Daß zwischen den so verschiedenartig definierten Hüllkurvenumrichtern Unterschiede bestehen, soll nachstehend gezeigt werden.

a) Definition nach Löbl.

Die gewünschte Sollkurve ist $f(t) = \sin t$. Die Amplituden der drei Phasenspannungen des Drehstromnetzes bestimmen sich wie folgt:

[5]) Vgl. schweizerisches Patent 150092, S. 1, rechte Spalte, Zeile 8 bis 11.
[6]) H. Meyer-Delius, Elektr. Bahnen 8 (1932) S. 59.
[7]) R. Feinberg, a. a. O.

Scheitelwert der Phase 1 wird erreicht in der Phasenlage 30° der niederfrequenten Einphasenspannung, also $k_1 = 0{,}500$.

Scheitelwert der Phase 2 wird erreicht in der Phasenlage 70° der niederfrequenten Einphasenspannung, also: $k_2 = 0{,}940$.

Scheitelwert der Phase 3 wird erreicht in der Phasenlage 110° der niederfrequenten Einphasenspannung, also: $k_3 = 0{,}940$.

Die harmonische Analyse der Einphasenspannung gemäß Bild 2 liefert folgendes Ergebnis:

$$b_1 = +0{,}828 \qquad b_7 = +0{,}144$$
$$b_3 = +0{,}033 \qquad b_9 = -0{,}111$$
$$b_5 = +0{,}048 \qquad b_{11} = +0{,}008$$

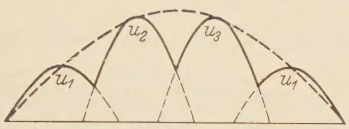

Bild 2. Spannungskurve des Hüllkurvenumrichters nach Löbl.

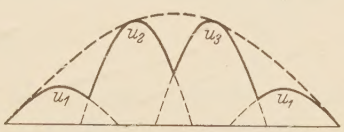

Bild 3. Spannungskurve des streng mathematisch definierten Hüllkurvenumrichters.

b) Streng mathematische Definition.

Die gewünschte Sollkurve ist $f(t) = \sin t$. Für die n-te Speisephase $g_n(t) = k_n \sin(3t + \beta_n)$ bestehen dann die Bestimmungsgleichungen für den Berührungspunkt t_n zwischen Soll- und Istkurve:

$$\sin t_n = k_n \sin(3 t_n + \beta_n)$$
$$\cos t_n = 3 k_n \cos(3 t_n + \beta_n).$$

Die Rechnung ergibt

$$k_1 = 0{,}333, \qquad k_2 = 0{,}931, \qquad k_3 = 0{,}931.$$

Die harmonische Analyse der Einphasenspannung gemäß Bild 3 liefert folgendes Ergebnis

$$b_1 = +0{,}768 \qquad b_7 = +0{,}154$$
$$b_3 = -0{,}067 \qquad b_9 = -0{,}085$$
$$b_5 = -0{,}004 \qquad b_{11} = -0{,}0004.$$

Vergleich der drei Umrichter.

Reduziert man bei den drei Umrichtern die Ergebnisse auf die Amplitude 1,000 der Grundwelle, so erhält man:

		1)	2a)	2b)
3.	Harmonische:	—	+0,040	−0,087
5.	„	+0,173	+0,058	−0,005
7.	„	+0,106	+0,174	+0,200
9.	„	−0,132	−0,134	−0,111
11.	„	−0,178	+0,010	−0,0005

Bekanntlich ist es üblich, für die Güte einer Wechselspannung die Summe der Quadrate der Amplitude der Grundwelle und der Harmonischen zu bilden. Um den Einfluß der einzelnen Harmonischen besser erkennen zu können, ist es zweckmäßig, die Teilsummen zu bilden. Man erhält:

	1)	2a)	2b)
$b_1^2 + b_3^2$	1,0000	1,0016	1,0076
$b_1^2 + b_3^2 + b_5^2$	1,0303	1,0050	1,0076
$b_1^2 + \ldots + b_7^2$	1,0415	1,0353	1,0476
$b_1^2 + \ldots + b_9^2$	1,0589	1,0533	1,0599
$b_1^2 + \ldots + b_{11}^2$	1,0906	1,0534	1,0599

Man erkennt, wenn man die Teilsummen als vorläufigen Gütemaßstab zugrunde legt, daß wegen der ungleichartigen Verteilung der einzelnen Harmonischen keines von den drei Arbeitsverfahren ein Optimum darstellt. Dies hängt offenbar damit zusammen, daß keines von den drei Arbeitsverfahren eine reale Beziehung zu den Harmonischen der erzeugten Wechselspannung hat.

Neues Arbeitsverfahren (3a).

Ausgehend von den Erkenntnissen bei dem eben durchgeführten Vergleich soll ein neues Arbeitsverfahren entwickelt werden, bei dem bereits bei der Erzeugung der gewünschten Spannung eine Beziehung zur harmonischen Analyse hergestellt wird. Bekanntlich wird bei der harmonischen Analyse genau wie bei der Fehlerrechnung davon ausgegangen, daß für die Sollkurve $f(x)$ und die Istkurve $g(x)$ in dem in Frage kommenden Abschnitt x_1 bis x_2 der Ausdruck

$$M = \int_{x_1}^{x_2} [f(x) - g(x)]^2 \, dx$$

ein Minimum werden soll. Es ist daher folgerichtig, wenn man das neue Arbeitsverfahren in der gleichen Weise definiert. Das bedeutet aber unter Zugrundelegung der weiter oben gemachten Annahmen, daß zwischen der Sollkurve $\sin t$ und den beiden Speisephasen $k_1 \sin 3t$ und $k_2 \sin (3t - 120°)$ in dem Zeitabschnitt 0° bis 90° der Ausdruck

$$M = \int_{0^0}^{t_{12}} [\sin t - k_1 \sin 3\,t]^2 \, dt + \int_{t_{12}}^{90^0} [\sin t - k_2 \sin (3\,t - 120°)]^2 \, dt$$

ein Minimum werden muß. In bekannter Weise erhält man als Bestimmungsgleichungen:

$$\frac{\partial M}{\partial k_1} = 2 \int_{0^0}^{t_{12}} [\sin t - k_1 \sin 3\,t] \cdot \sin 3\,t \, dt = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial k_2} = 2 \int_{t_{12}}^{90^0} [\sin t - k_2 \sin (3\,t - 120°)] \sin (3\,t - 120°) \, dt = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial t_{12}} = [\sin t_{12} - k_1 \sin 3\,t_{12}]^2 - [\sin t_{12} - k_2 \sin (3\,t_{12} - 120°)]^2 = 0\,.$$

Bei der Auflösung der letzten Gleichung ergibt sich:

$$[k_1 \sin 3\,t_{12} - k_2 \sin (3\,t_{12} - 120°)] \cdot [k_1 \sin 3\,t_{12} + k_2 \sin (3\,t_{12} - 120°) - 2 \sin t_{12}] = 0,$$

d. h. die Übergangsbedingung:

$$k_1 \sin 3\,t_{12} = k_2 \sin (3\,t_{12} - 120°)\,.$$

Die verschiedenen Kurvenstücke liefern also eine stetig verlaufende Gesamtkurve.

Für die Auffindung von k_1 und k_2 ist es daher erforderlich, zunächst k_1 und k_2 in Abhängigkeit von t_{12} darzustellen. Bei Umordnung der zweiten Bestimmungsgleichung ergibt sich:

$$2 \int_{t_{12}}^{90^0} \sin t \sin (3\,t - 120°) \, dt = 2\,k_2 \int_{t_{12}}^{90^0} \sin^2 (3\,t - 120°) \, dt$$

und weiter:

$$\int_{t_{12}}^{90^0} [\cos (2\,t - 120°) - \cos (4\,t - 120°)] \, dt = k_2 \int_{t_{12}}^{90^0} [1 - \cos (6\,t - 240°)] \, dt$$

und weiter:

$$\frac{1}{2}\sin(2t-120°)\Big|_{t_{12}}^{90°} - \frac{1}{4}\sin(4t-120°)\Big|_{t_{12}}^{90°} = k_2\left[t\Big|_{t_{12}}^{90°} - \frac{1}{6}\sin(6t-240°)\Big|_{t_{12}}^{90°}\right].$$

Setzt man die Werte ein, so erhält man:

$$k_2 = \frac{0{,}650 - \frac{1}{2}\sin(2t_{12}-120°) + \frac{1}{4}\sin(4t_{12}-120°)}{1{,}715 - t_{12} + \frac{1}{6}\sin(6t_{12}-240°)}. \qquad (I')$$

Entsprechend erhält man für k_1 die einfachere Beziehung:

$$k_1 = \frac{\frac{1}{2}\sin 2t_{12} - \frac{1}{4}\sin 4t_{12}}{t_{12} - \frac{1}{6}\sin 6t_{12}}. \qquad (I'')$$

Man kann die beiden Gleichungen lösen, indem man beispielsweise einerseits k_1 und k_2, anderseits $k_1 \sin 3t_{12}$ und $k_2 \sin(3t_{12}-120°)$ in Abhängigkeit von t_{12} graphisch darstellt. Man erhält als Schnittpunkt

$$t_{12} = 46° 20'$$

und für die Amplituden der beiden Speisephasen

$$k_1 = 0{,}536, \qquad k_2 = 1{,}097.$$

Aus Symmetriegründen folgt: $k_3 = 1{,}097$.

Die harmonische Analyse der Einphasenspannung gemäß Bild 4 liefert folgendes Ergebnis:

$b_1 = +0{,}950$	$b_7 = +0{,}172$
$b_3 = +0{,}008$	$b_9 = -0{,}111$
$b_5 = +0{,}057$	$b_{11} = +0{,}007$

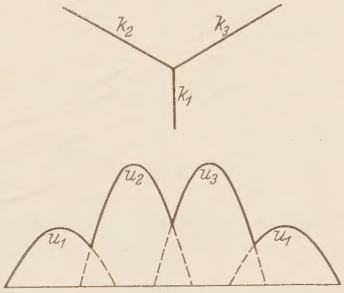

Bild 4. Spannungskurve nach neuem Arbeitsverfahren 3a.

Erweiterung des neuen Arbeitsverfahrens (3b).

Bei den bisherigen Betrachtungen ist stets ein symmetrisches Mehrphasensystem für die Speisung des Umrichters zugrunde gelegt worden. Das bedeutet zweifellos einen Zwang und eine Beschränkung hinsichtlich der Güte der erzeugten Einphasenspannung. Wählt man die Phasenverschiebung zwischen zwei Phasen nicht fest, sondern bezieht man sie in die Bestimmungsgleichungen ein, so muß das soeben erhaltene Ergebnis noch weiter verbesserbar sein. Man geht daher von dem Ausdruck

$$M = \int_{0°}^{t_{12}} [\sin t - k_1 \sin 3t]^2\, dt + \int_{t_{12}}^{90°} [\sin t - k_2 \sin(3t+\beta_2)]^2\, dt$$

aus, der ein Minimum werden muß. An Stelle der drei Bestimmungsgleichungen bisher erhält man jetzt vier Bestimmungsgleichungen

$$\frac{\partial M}{\partial k_1} = 2\int_{0°}^{t_{12}} [\sin t - k_1 \sin 3t] \sin 3t\, dt = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial k_2} = 2\int_{t_{12}}^{90°} [\sin t - k_2 \sin(3t+\beta_2)] \sin(3t+\beta_2)\, dt = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial \beta_2} = 2\int_{t_{12}}^{90°} [\sin t - k_2 \sin(3t+\beta_2)] \cos(3t+\beta_2)\, dt = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial t_{12}} = [\sin t_{12} - k_1 \sin 3t_{12}]^2 - [\sin t_{12} - k_2 \sin(3t_{12}+\beta_2)]^2 = 0.$$

Wie weiter oben, so erhält man aus der ersten Gleichung

$$k_1 = \frac{\frac{1}{2}\sin 2t_{12} - \frac{1}{4}\sin 4t_{12}}{t_{12} - \frac{1}{6}\sin 6t_{12}} \tag{I'}$$

und aus der vierten Gleichung die Übergangsbedingung:

$$k_1 \sin 3t_{12} = k_2 \sin(3t_{12} + \beta_2).$$

Es handelt sich also noch darum, aus der zweiten und dritten Gleichung, die außer dem Parameter t_{12} die Veränderlichen k_2 und β_2 enthalten, diese beiden Veränderlichen in Abhängigkeit von t_{12} darzustellen. Aus der zweiten Gleichung:

$$\frac{\partial M}{\partial k_2} = 2\int_{t_{12}}^{90^0} [\sin t - k_2 \sin(3t + \beta_2)] \sin(3t + \beta_2)\, dt = 0$$

folgt zunächst:

$$2\int_{t_{12}}^{90^0} \sin t \cdot \sin(3t + \beta_2)\, dt - 2k_2 \int_{t_{12}}^{90^0} \sin^2(3t + \beta_2)\, dt = 0$$

und weiter:

$$\int_{t_{12}}^{90^0} [\cos(2t + \beta_2) - \cos(4t + \beta_2)]\, dt - k_2 \int_{t_{12}}^{90^0} [1 - \cos(6t + 2\beta_2)\, dt = 0,$$

d. h.:

$$\frac{1}{2}\sin(2t + \beta_2)\Big|_{t_{12}}^{90^0} - \frac{1}{4}\sin(4t + \beta_2)\Big|_{t_{12}}^{90^0} - k_2 t\Big|_{t_{12}}^{90^0} + \frac{k_2}{6}\sin(6t + 2\beta_2)\Big|_{t_{12}}^{90^0} = 0.$$

Wir ordnen um und erhalten:

$$A\cos\beta_2 + C\sin\beta_2 + k_2 B\cos 2\beta_2 + k_2 D\sin 2\beta_2 = k_2 E. \tag{II'}$$

Dabei bedeuten die benutzten Abkürzungen:

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{2}\sin(2\cdot 90°) - \frac{1}{2}\sin 2t_{12} \\
&\quad - \frac{1}{4}\sin(4\cdot 90°) + \frac{1}{4}\sin 4t_{12} \\
B &= \frac{1}{6}\sin(6\cdot 90°) - \frac{1}{6}\sin 6t_{12} \\
C &= \frac{1}{2}\cos(2\cdot 90°) - \frac{1}{2}\cos 2t_{12} \\
&\quad - \frac{1}{4}\cos(4\cdot 90°) + \frac{1}{4}\cos 4t_{12} \\
D &= \frac{1}{6}\cos(6\cdot 90°) - \frac{1}{6}\cos 6t_{12} \\
E &= 90° - t_{12}.
\end{aligned}$$

Aus der dritten Gleichung:

$$\frac{\partial M}{\partial \beta_2} = 2\int_{t_{12}}^{90^0} [\sin t - k_2 \sin(3t + \beta_2)] \cos(3t + \beta_2)\, dt = 0$$

folgt zunächst:

$$2\int_{t_{12}}^{90^0} \sin t \cdot \cos(3t + \beta_2)\, dt - 2k_2 \int_{t_{12}}^{90^0} \sin(3t + \beta_2)\cos(3t + \beta_2)\, dt = 0$$

und weiter:

$$\int_{t_{12}}^{90^0} [\sin(4t + \beta_2) - \sin(2t + \beta_2)]\, dt - k_2 \int_{t_{12}}^{90^0} \sin(6t + 2\beta_2)\, dt = 0,$$

d. h.:

$$-\frac{1}{4}\cos(4t + \beta_2)\Big|_{t_{12}}^{90^0} + \frac{1}{2}\cos(2t + \beta_2)\Big|_{t_{12}}^{90^0} + \frac{k_2}{6}\cos(6t + 2\beta_2)\Big|_{t_{12}}^{90^0} = 0.$$

Wir ordnen um und erhalten unter Benutzung der bereits vorhandenen Abkürzungen:

$$C\cos\beta_2 - A\sin\beta_2 + k_2 D\cos 2\beta_2 - k_2 B\sin 2\beta_2 = 0. \qquad \text{(III')}$$

Man erkennt, daß die Koeffizienten A bis E nur von den beiden Integrationsgrenzen abhängig sind. Gibt man also die Integrationsgrenzen fest vor, so empfiehlt es sich, Gl. (II') u. (III') in folgende Form zu bringen:

$$k_2 = \frac{A\cos\beta_2 + C\sin\beta_2}{E - B\cos 2\beta_2 - D\sin 2\beta_2} \qquad \text{(II'')}$$

$$k_2 = \frac{A\sin\beta_2 - C\cos\beta_2}{D\cos 2\beta_2 - B\sin 2\beta_2}. \qquad \text{(III'')}$$

Diese Form erleichtert die graphische Bestimmung von k_2 und β_2, indem Gl. (II'') u. (III'') als Parameter von β_2 dargestellt werden und die richtige Lösung k_2 und β_2 aus dem Schnittpunkt der beiden transzendenten Kurven ermittelt wird. In ähnlicher Weise wie beim vereinfachten Arbeitsverfahren kann man nunmehr einerseits k_1, k_2 und β_2, anderseits $k_1 \sin 3\,t_{12}$ und $k_2 \sin(3\,t_{12} + \beta_2)$ in Abhängigkeit von t_{12} darstellen. Man erhält als Schnittpunkt

$$t_{12} = 46°\ 50'$$

und für die Amplituden der beiden Speisephasen

$$k_1 = 0{,}542 \qquad k_2 = -1{,}098$$

sowie für den Phasenwinkel $\beta_2 = 57°\ 30'$.

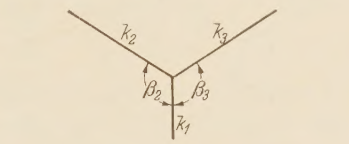

Bild 5. Spannungskurve nach neuem Arbeitsverfahren 3b.

Zweckmäßig ist es, die Angaben für die Speisephasen in folgender Form zu schreiben:

$$k_1 = 0{,}542 \qquad \beta_1 = 0°\ 0'$$
$$k_2 = 1{,}098 \qquad \beta_2 = -122°\ 30'$$
$$k_3 = 1{,}098 \qquad \beta_3 = -237°\ 30',$$

wobei sich die Werte für die Speisephase 3 aus Symmetriegründen bestimmen lassen.

Die harmonische Analyse der Einphasenspannung gemäß Bild 5 liefert folgendes Ergebnis:

$$b_1 = +0{,}952 \qquad b_7 = +0{,}162$$
$$b_3 = +0{,}0006 \qquad b_9 = -0{,}117$$
$$b_5 = +0{,}082 \qquad b_{11} = +0{,}011$$

Gegenüberstellung des neuen Arbeitsverfahrens mit den ersten drei Umrichtern.

Wie beim ersten Vergleich, so wird auch jetzt auf die Amplitude 1,000 der Grundwelle reduziert. Man erhält:

	3a)	3b)
3. Harmonische:	+0,008	+0,0006
5. „	+0,060	+0,086
7. „	+0,181	+0,170
9. „	−0,117	−0,117
11. „	+0,007	+0,012

Bei der Bildung der Teilsummen der Quadrate ergibt sich:

	3a)	3b)
$b_1^2 + b_3^2$	1,0001	1,0000
$b_1^2 + b_3^2 + b_5^2$	1,0037	1,0074
$b_1^2 + \ldots + b_7^2$	1,0365	1,0363
$b_1^2 + \ldots + b_9^2$	1,0502	1,0500
$b_1^2 + \ldots + b_{11}^2$	1,0502	1,0501

Vergleicht man zunächst die Zahlenwerte von 3a) mit den entsprechenden Zahlenwerten von 1), 2a) und 2b), so ist 3a) — gemessen an den Teilsummen der Quadrate — durchweg besser als die bekannten Umrichter. Nur bezüglich der Teilsumme $b_1^2 + b_3^2 + b_5^2 + b_7^2$ ist 2a) unwesentlich günstiger als 3a). Vergleicht man weiter 3a) und 3b) miteinander, so zeigt sich, daß im betrachteten Fall die Aufhebung der starren Phasendifferenz zwischen den Speisephasen keine erheblichen Verbesserungen erbringt.

Grundsätzliches über den Umrichterbetrieb mit einer größeren Zahl von Speisephasen.

Die vorstehend entwickelten Ergebnisse lassen sich grundsätzlich auf jede andere Zahl von Speisephasen übertragen. Dabei folgt zwangsläufig, daß mit steigender Zahl der Speisephasen die Güte der erzeugten Wechselspannung besser wird, weil jede Speisephase nur noch während eines kleineren Zeitteilchens der Periode an dem Aufbau der Sollkurve beteiligt ist und infolgedessen die von der Sollkurve gestellten Bedingungen besser erfüllen kann. Verschiedene Gründe, auf die weiter unten noch eingegangen werden soll, sprechen jedoch dagegen, eine Verbesserung lediglich durch Erhöhung der Zahl der Speisephasen zu erreichen. Die vom Gleichrichter und Wechselrichter her bekannten Erfahrungen mit dem Parallelbetrieb von Entladungsstrecken unter Mitwirkung von Stromteilern schlechthin oder Saugtransformatoren als besonderen Stromteilern bedürfen einiger Ergänzung, da, wie schon in der Einleitung gesagt wurde, die Beanspruchung der einzelnen Entladungsstrecken gerade beim Umrichterbetrieb sehr verschiedenartig ist.

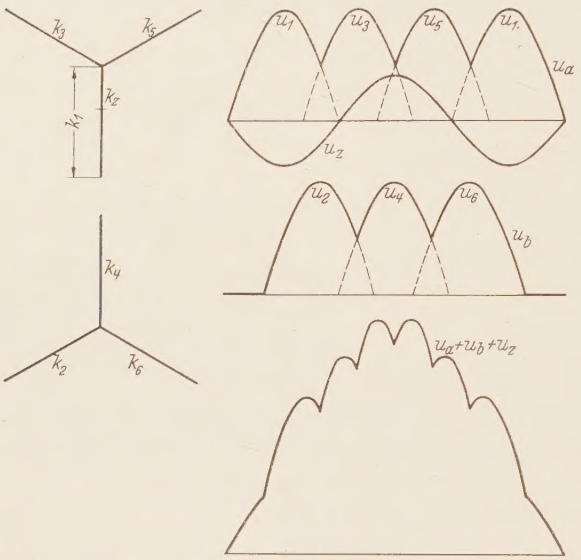

Bild 6. Spannungskurve des Wiesental-Umrichters.

Man kann nun, wie die Untersuchungen und Entwicklungsarbeiten von K. Kettner und G. Reinhardt[8]) zeigen, das Umrichterproblem in der Weise erfolgreich angreifen, daß man die Sollkurve durch mindestens zwei Istkurven annähert, die zwar gleichfrequent sind, aber verschiedenartige Kurvenform aufweisen. Der erste Umrichter, der unter Berücksichtigung solcher Gesichtspunkte gebaut wird, ist der für die Wiesentalbahn. Wie aus Bild 6 erkennbar ist, sind sechs gleichartig ausgebildete Speisephasen derart verteilt, daß die ungeradzahligen Speisephasen eine Istkurve u_a, die geradzahligen Speisephasen eine Istkurve u_b liefern, wobei an der Erzeugung von u_b auch noch der Sternpunkt des Mehrphasensystems selbst beteiligt ist. Für die weiteren Betrachtungen ist es zunächst erforderlich, u_a und u_b der harmonischen Analyse zu unterwerfen. Für u_a ergeben sich dabei, wie bereits bei den Betrachtungen des Umrichters mit Kompensationsharmonischer ermittelt wurde, die folgenden Werte:

$$b_1 = +1{,}047 \qquad b_7 = +0{,}111$$
$$b_3 = +0{,}333 \qquad b_9 = -0{,}138$$
$$b_5 = +0{,}181 \qquad b_{11} = +0{,}186.$$

Die harmonische Analyse der Kurve u_b liefert folgendes Ergebnis:

$$b_1 = +0{,}940 \qquad b_7 = -0{,}188$$
$$b_3 = +0{,}055 \qquad b_9 = +0{,}092$$
$$b_5 = -0{,}163 \qquad b_{11} = -0{,}024.$$

Addiert man die Teilspannungen u_a und u_b, so kann man die Addition für die Grundwelle und jede der Harmonischen durchführen und erhält daher für die Summenspannung:

$$b_1 = +1{,}987 \qquad b_7 = -0{,}077$$
$$b_3 = +0{,}388 \qquad b_9 = -0{,}046$$
$$b_5 = +0{,}018 \qquad b_{11} = +0{,}162.$$

[8]) R. Tröger, a. a. O., S. 16 (Fußnote).

Wie früher wird man auch hier eine Kompensationsharmonische verwenden, und zwar ist:

$$k_z = -0{,}388.$$

Insgesamt ergibt sich also aus dem betrachteten Fall, daß — bezogen auf die Grundwelle — die Größe der Kompensationsharmonischen beträchtlich verkleinert ist und die Amplituden der 5., 7. und 9. Harmonischen sogar ohne Bildung des Verhältniswertes zu der vergrößerten Grundwelle verringert sind, d. h. in bezug auf diese Harmonischen ist die Summenspannung besser als jede der beiden Teilspannungen u_a und u_b. Wie früher soll auch hier die Reduktion auf die Amplitude 1,000 durchgeführt werden, ebenso auch die Bildung der Teilsummen der Quadrate der Amplituden von Grundwelle und Harmonischen:

3. Harmonische:	—		$b_1^2 + b_3^2$	1,0000
5.	„	+0,009	$b_1^2 + b_3^2 + b_5^2$	1,0001
7.	„	−0,039	$b_1^2 + \ldots + b_7^2$	1,0015
9.	„	−0,023	$b_1^2 + \ldots + b_9^2$	1,0020
11.	„	+0,082	$b_1^2 + \ldots + b_{11}^2$	1,0087

Bei grundsätzlichem Festhalten an dem vorstehend betrachteten Arbeitsverfahren kann man das soeben erhaltene Ergebnis noch abändern, indem man die Amplitude der geradzahligen Speisephasen anders wählt als die Amplitude der ungeradzahligen Speisephasen. Beispielsweise kann man erreichen, daß die Summenspannung $u_a + u_b$ keine 5. Harmonische enthält. Dies gelingt, wenn man die 5. Harmonischen in den Teilspannungen u_a und u_b dem Betrage nach gleich groß wählt, d. h. wenn die Amplitude der geradzahligen Speisephasen im Verhältnis 0,181 : 0,163 vergrößert wird. Naturgemäß kann man auch das neue Arbeitsverfahren für die Bestimmung des Verhältnisses der Amplitude der geradzahligen Speisephasen zu der der ungeradzahligen Speisephasen zugrunde legen. Eine erhebliche Verbesserung der erzeugten Wechselspannung ist jedoch dabei nicht zu erwarten, so daß diese Möglichkeit nicht weiter im einzelnen verfolgt werden soll.

Möglichkeiten der Verbesserung der Teilspannung u_b.

Nachdem in den ersten Abschnitten gezeigt worden ist, wie eine von Haus aus von der Sinusform stark abweichende Kurvenform einer Wechselspannung, wie es die Teilspannung u_a ist, verbessert werden kann, ist es notwendig, die gleichen Gesichtspunkte auch auf die Teilspannung u_b zu übertragen. Dabei ist naturgemäß eine Beschränkung erforderlich, indem nur das neue Arbeitsverfahren angewendet werden soll.

a) Arbeitsverfahren nach 3a.

Ausgangspunkt der nachfolgenden Betrachtungen ist der Ausdruck

$$M = \int_{0^0}^{20^0} \sin^2 t\, dt + \int_{20^0}^{t'''} [\sin t - k' \sin(3t - 60^\circ)]^2\, dt + \int_{t'''}^{90^0} [\sin t - k'' \sin(3t - 180^\circ)]^2\, dt,$$

der ein Minimum werden muß. Man erhält als Bestimmungsgleichungen:

$$\frac{\partial M}{\partial k'} = 2 \int_{20^0}^{t'''} [\sin t - k' \sin(3t - 60^\circ)] \sin(3t - 60^\circ)\, dt = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial k''} = 2 \int_{t'''}^{90^0} [\sin t - k'' \sin(3t - 180^\circ)] \sin(3t - 180^\circ)\, dt = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial t'''} = [\sin t''' - k' \sin(3t''' - 60^\circ)]^2 - [\sin t''' - k'' \sin(3t''' - 180^\circ)]^2 = 0.$$

Aus der letzten Gleichung ergibt sich wieder, wie ohne weiteres zu erkennen ist, die Übergangsbedingung

$$k' \cdot \sin(3t''' - 60^\circ) = k'' \cdot \sin(3t''' - 180^\circ).$$

Ordnet man die erste Bestimmungsgleichung um, so ergibt sich:

$$2\int_{20^0}^{t'''} \sin t \sin(3t - 60°)\, dt = 2k' \int_{20^0}^{t'''} \sin^2(3t - 60°)\, dt$$

und weiter:

$$\int_{20^0}^{t'''} [\cos(2t - 60°) - \cos(4t - 60°)]\, dt - k' \int_{20^0}^{t'''} [1 - \cos(6t - 120°)]\, dt$$

und weiter:

$$\frac{1}{2}\sin(2t - 60°)\Big|_{20^0}^{t'''} - \frac{1}{4}\sin(4t - 60°)\Big|_{20^0}^{t'''} = k' t\Big|_{20^0}^{t'''} - \frac{k'}{6}\sin(6t - 120°)\Big|_{20^0}^{t'''}.$$

Setzt man die Werte ein, so erhält man:

$$k' = \frac{\frac{1}{2}\sin(2t''' - 60°) - \frac{1}{4}\sin(4t''' - 60°) + 0{,}257}{t''' - \frac{1}{6}\sin(6t''' - 120°) - 0{,}349}. \qquad \text{(IV')}$$

Ordnet man die zweite Bestimmungsgleichung um, so ergibt sich:

$$2\int_{t'''}^{90^0} \sin t \sin(3t - 180°)\, dt = 2k'' \int_{t'''}^{90^0} \sin^2(3t - 180°)\, dt$$

und man erhält schließlich:

$$\frac{1}{2}\sin(2t - 180°)\Big|_{t'''}^{90^0} - \frac{1}{4}\sin(4t - 180°)\Big|_{t'''}^{90^0} = k''\left[t\Big|_{t'''}^{90^0} - \frac{1}{6}\sin 6t\Big|_{t'''}^{90^0}\right].$$

Setzt man die Werte ein, ergibt sich:

$$k'' = \frac{-\frac{1}{2}\sin(2t''' - 180°) + \frac{1}{4}\sin(4t''' - 180°)}{1{,}571 - t''' + \frac{1}{6}\sin 6t'''}. \qquad \text{(IV'')}$$

Wie früher bei k_1 und k_2, so wird man auch jetzt einerseits k' und k'', anderseits $k' \sin(3t''' - 60°)$ und $k'' \sin(3t''' - 180°)$ in Abhängigkeit von t''' darstellen. Man erhält als Schnittpunkt

$$t''' = 68° 30'$$

und für die Amplituden der beiden Speisephasen

$$k' = 0{,}883, \qquad k'' = 1{,}171.$$

Aus Symmetriegründen folgt: $k''' = 0{,}883$.

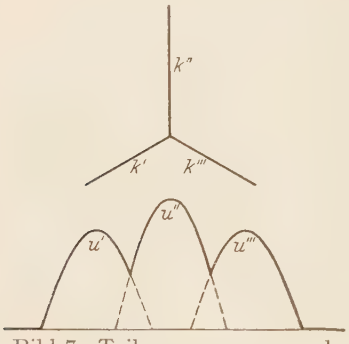

Bild 7. Teilspannung u_b nach Arbeitsverfahren 3a.

Die harmonische Analyse der Einphasenspannung gemäß Bild 7 liefert folgendes Ergebnis:

$b_1 = +0{,}937$	$b_7 = -0{,}197$
$b_3 = -0{,}043$	$b_9 = +0{,}092$
$b_5 = -0{,}078$	$b_{11} = -0{,}014$.

b) Arbeitsverfahren nach 3b.

Ausgangspunkt der nachfolgenden Betrachtungen ist der Ausdruck

$$M = \int_{0^0}^{\frac{\beta'}{3}} \sin^2 t\, dt + \int_{\frac{\beta'}{3}}^{t'''} [\sin t - k' \sin(3t - \beta')]^2\, dt + \int_{t'''}^{90^0} [\sin t - k'' \sin(3t - 180°)]^2\, dt,$$

der ein Minimum werden muß. Zur Erleichterung der Übersicht ist β durch $-\beta$ ersetzt worden. Infolgedessen kann auch die untere Integrationsgrenze für das zweite Integral mit Rücksicht auf die Anfangsbedingung

$$3t - \beta' = 0$$

als wirklich positive Größe betrachtet werden. Man erhält als Bestimmungsgleichungen:

$$\frac{\partial M}{\partial k'} = 2\int_{\frac{\beta'}{3}}^{t'''} [\sin t - k' \sin(3t-\beta')] \sin(3t-\beta')\, dt = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial \beta'} = 2\int_{\frac{\beta'}{3}}^{t'''} [\sin t - k' \sin(3t-\beta')] \cos(3t-\beta')\, dt = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial k''} = 2\int_{t'''}^{90^\circ} [\sin t - k'' \sin(3t-180^\circ)] \sin(3t-180^\circ)\, dt = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial t'''} = [\sin t''' - k' \sin(3t'''-\beta')]^2 - [\sin t''' - k'' \sin(3t'''-180^\circ)]^2 = 0.$$

Aus der letzten Gleichung ergibt sich wieder, wie ohne weiteres zu erkennen ist, die Übergangsbedingung:

$$k' \sin(3t'''-\beta') = k'' \sin(3t'''-180^\circ).$$

Aus der dritten Gleichung erhält man wie beim vorangegangenen Abschnitt:

$$k'' = \frac{-\frac{1}{2}\sin(2t'''-180^\circ) + \frac{1}{4}\sin(4t'''-180^\circ)}{1{,}571 - t''' + \frac{1}{6}\sin 6t'''}. \qquad \text{(IV'')}$$

Betrachtet man schließlich die erste und zweite Gleichung, so handelt es sich auch hier wie früher darum, die beiden Veränderlichen k' und β' in Abhängigkeit vom Parameter t''' darzustellen. Zunächst folgt aus der ersten Gleichung ähnlich wie bei der Ableitung von (II'):

$$\frac{1}{2}\sin(2t-\beta')\Big|_{\frac{\beta'}{3}}^{t'''} - \frac{1}{4}\sin(4t-\beta')\Big|_{\frac{\beta'}{3}}^{t'''} = k'\left[t\Big|_{\frac{\beta'}{3}}^{t'''} - \frac{1}{6}\sin(6t-2\beta')\Big|_{\frac{\beta'}{3}}^{t'''}\right].$$

Wir ordnen um und erhalten:

$$A'\cos\beta' + C'\sin\beta' + \frac{3}{4}\sin\frac{\beta'}{3} = k'E' - k'B'\cos 2\beta' - k'D'\sin 2\beta'. \qquad \text{(V')}$$

Dabei bedeuten die benutzten Abkürzungen:

$$A' = \frac{1}{2}\sin 2t''' - \frac{1}{4}\sin 4t''' \qquad D' = -\frac{1}{6}\cos 6t'''$$

$$B' = \frac{1}{6}\sin 6t''' \qquad E' = t'''.$$

$$C' = -\frac{1}{2}\cos 2t''' + \frac{1}{4}\cos 4t'''$$

Aus der zweiten Gleichung folgt entsprechend der Ableitung von Gl. (III'):

$$-\frac{1}{4}\cos(4t-\beta')\Big|_{\frac{\beta'}{3}}^{t'''} + \frac{1}{2}\cos(2t-\beta')\Big|_{\frac{\beta'}{3}}^{t'''} = -\frac{k'}{6}\cos(6t-2\beta')\Big|_{\frac{\beta'}{3}}^{t'''}.$$

Wir ordnen um und erhalten unter Benutzung der bereits vorhandenen Abkürzungen:

$$A'\sin\beta' - C'\cos\beta' - \frac{1}{4}\cos\frac{\beta'}{3} = k'D'\cos 2\beta' - k'B'\sin 2\beta'. \qquad \text{(VI')}$$

Wie früher empfiehlt es sich auch hier, Gl. (V') u. (VI') in folgende Form zu bringen:

$$k' = \frac{A'\cos\beta' + C'\sin\beta' + \frac{3}{4}\sin\frac{\beta'}{3}}{E' - B'\cos 2\beta' - D'\sin 2\beta' - \frac{\beta'}{3}} \qquad \text{(V'')}$$

$$k' = \frac{A'\sin\beta' - C'\cos\beta' - \frac{1}{4}\cos\frac{\beta'}{3}}{D'\cos 2\beta' - B'\sin 2\beta' + \frac{1}{6}\cdot 1}. \qquad \text{(VI'')}$$

Wie weiter oben dienen auch Gl. (V″) u. (VI″) zur Bestimmung von k' und β', indem k' als Parameter von β' dargestellt wird. Die richtige Lösung k' und β'' für einen vorgegebenen Wert t''' ermittelt man aus dem Schnittpunkt der beiden transzendenten Kurven. Alsdann ermittelt man k', β' und k'', indem man beispielsweise einerseits k', β' und k'', anderseits $k' \sin(3\,t''' - \beta')$ und $k'' \sin(3\,t''' - 180°)$ in Abhängigkeit von t''' graphisch darstellt. Man erhält als Schnittpunkt

$$t''' = 68°\ 50'$$

und für die Amplituden der beiden Speisephasen

$$k' = 0{,}889, \qquad k'' = 1{,}167,$$

sowie für den Phasenwinkel

$$\beta' = 62°\ 10'.$$

Gegenüberstellung der Verbesserungsmöglichkeiten der Teilspannung u_b mit den früheren, nach dem neuen Arbeitsverfahren erzielten Ergebnissen.

Auch im vorliegenden Fall kann das erweiterte Arbeitsverfahren 3b) wie bereits früher bei u_a eine nur unwesentliche Verbesserung gegenüber dem einfachen Arbeitsverfahren 3a) erbringen, da die Werte für k' und k'' untereinander nur wenig verschieden sind. Infolgedessen kann die harmonische Analyse der nach dem erweiterten Arbeitsverfahren erzeugten Einphasenspannung gemäß Bild 8 entbehrt werden.

Für die Schaffung einer geeigneten Vergleichsgrundlage ist es wiederum notwendig, die Verbesserung von u_b nach 3a) auf die Amplitude 1,000 der Grundwelle zu reduzieren. Die entsprechenden früheren Werte sind nachstehend in der linken Spalte, die neuen Werte in der rechten Spalte aufgeführt. Man erhält:

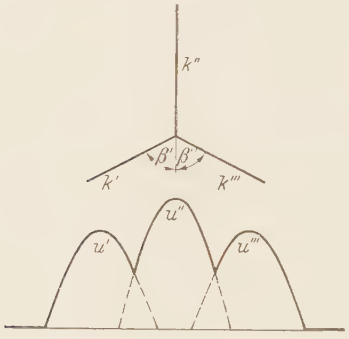

Bild 8. Teilspannung u_b nach Arbeitsverfahren 3b.

	u_a	u_b
3. Harmonische:	+0,008	−0,046
5. „	+0,060	−0,083
7. „	+0,181	−0,210
9. „	−0,117	+0,098
11. „	+0,007	−0,015

Bei der Bildung der Teilsummen der Quadrate ergibt sich:

	u_a	u_b
$b_1^2 + b_3^2$	1,0001	1,0021
$b_1^2 + b_3^2 + b_5^2$	1,0037	1,0090
$b_1^2 + \ldots + b_7^2$	1,0365	1,0531
$b_1^2 + \ldots + b_9^2$	1,0502	1,0627
$b_1^2 + \ldots + b_{11}^2$	1,0502	1,0629

Die vorliegende Zusammenstellung bestätigt zunächst wieder die bereits bei dem Mehrfachumrichter für die Wiesentalbahn bemerkte Tatsache, daß die Oberwellen jeder der beiden Istkurven durchweg verschiedenartiges Vorzeichen aufweisen und in erster Annäherung dem Betrag nach gleich sind. Eine einfache Addition von u_a und u_b kann jedoch nicht zu optimalen Verhältnissen führen, weil die Bestimmungsgleichungen sich nur auf jede der Teilspannungen, aber nicht auf die Sollkurve für die Summenspannung beziehen. Ferner erkennt man, daß u_b schlechter als u_a die Sollkurve annähert.

Allgemeiner Ansatz für Doppelumrichter mit zwei gegeneinander phasenverschobenen dreiphasigen Speisesystemen nach dem Arbeitsverfahren 3a.

Um bei den späteren Vergleichen mit den bereits entwickelten Ergebnissen für die einfachen Umrichter das richtige Verhältnis zu haben, soll nachstehend als Sollkurve $f(t) = 2 \sin t$ zugrunde gelegt werden. Im übrigen werden die bisherigen Bezeichnungen k_1, k_2, t_{12} für die Teilspannung u_a und k', k'', t''' für die Teilspannung u_b

weiterhin verwendet. Als Ausgangspunkt für die weiteren Betrachtungen dient der Ausdruck

$$M = \int_{0^\circ}^{20^\circ} [2\sin t - k_1 \sin 3t]^2\, dt + \int_{20^\circ}^{t_{12}} [2\sin t - k_1 \sin 3t - k' \sin(3t - 60^\circ)]^2\, dt$$
$$+ \int_{t_{12}}^{t'''} [2\sin t - k' \sin(3t - 60^\circ) - k_2 \sin(3t - 120^\circ)]^2\, dt$$
$$+ \int_{t'''}^{90^\circ} [2\sin t - k_2 \sin(3t - 120^\circ) - k'' \sin(3t - 180^\circ)]^2\, dt,$$

der ein Minimum werden soll. Der theoretisch mögliche Weg, unmittelbar wie früher die drei Elemente jetzt die sechs Elemente durch sechs Bestimmungsgleichungen zu errechnen, ist mit zu großem Rechenaufwand verbunden, da nicht mehr wie früher die k-Elemente unmittelbar nur in Abhängigkeit von den t-Elementen als Parameter darstellbar sind, sondern jede Bestimmungsgleichung mehr als zwei Elemente enthält.

Näherungsverfahren zur Bestimmung von k_1, k_2, t_{12} und k', k'', t'''.

Ausgehend von der Tatsache, daß es im Falle des erreichten Minimums nur genau je einen Wert für k_1, k_2, t_{12} und k', k'', t''' geben kann, kann man nun ein Näherungsverfahren anwenden, das bei oberflächlicher Betrachtung umständlich zu sein scheint, in Wirklichkeit aber sehr schnell zum Ziel führt, weil nur Korrekturglieder in den Bestimmungsgleichungen abgeändert werden müssen. Man beginnt das Verfahren damit, daß man für eine der Teilspannungen, beispielsweise u_a, zweckmäßige Amplitudenwerte annimmt. Da die Speisephase 1 in dem Bereich 0° bis 20° allein einen Beitrag zur gewünschten Spannungskurve liefert, so wird man für k_1 mit recht guter Annäherung wie bei der mathematisch genauen Hüllkurve die Tangentenbeziehung zugrunde legen können, d. h. also $k_1 \approx 0{,}67$. Einen noch sorgfältigeren Ansatz für k_1 in Vorschlag zu bringen, ist zwecklos, da k_1 im Bereich von 20° bis über 40° hinaus zusammen mit k' die gewünschte Spannungskurve liefern muß. Für den Ansatz von k_2 kommt in Frage, daß in der Phasenlage von 90° zwischen k_2 und k'' folgende Beziehung bestehen muß:

$$0{,}5\, k_2 + k'' = 2{,}00.$$

Entsprechend ergibt sich für die Phasenlage 70°:

$$0{,}5\, k'' + k_2 = 1{,}88.$$

Hieraus erhält man:

$$k_2 = 1{,}20.$$

Für den ersten Rechnungsgang soll aber $k_2 \approx 1{,}10$ zugrunde gelegt werden, da sowohl in der 70°-Phasenlage als auch in der 90°-Phasenlage die resultierende Istkurve einen kleineren Wert als die Sollkurve hat.

Man geht nunmehr mit den angenommenen Werten $k_1 = 0{,}67$ und $k_2 = 1{,}10$, wozu noch der Wert $t_{12} = 47^\circ\ 20'$ gehört, in die nachstehenden Bestimmungsgleichungen für k' und k'':

$$\frac{\partial M}{\partial k'} = 2 \int_{20^\circ}^{t_{12}} [2\sin t - k_1 \sin 3t - k' \sin(3t - 60^\circ)] \sin(3t - 60^\circ)\, dt$$
$$+ 2 \int_{t_{12}}^{t'''} [2\sin t - k' \sin(3t - 60^\circ) - k_2 \sin(3t - 120^\circ)] \sin(3t - 60^\circ)\, dt = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial k''} = 2 \int_{t'''}^{90^\circ} [2\sin t - k_2 \sin(3t - 120^\circ) - k'' \sin(3t - 180^\circ)] \sin(3t - 180^\circ)\, dt = 0.$$

Neu gegenüber den früheren Bestimmungsgleichungen für k' und k'' sind die Integralausdrücke

$$-2\int_{20^0}^{t_{12}} k_1 \sin 3t \sin(3t-60°)\,dt - 2\int_{t_{12}}^{t'''} k_2 \sin(3t-60°)\sin(3t-120^0)\,dt$$

und

$$-2\int_{t'''}^{90^0} k_2 \sin(3t-120°)\sin(3t-180°)\,dt.$$

Die Integration der drei gleichartig nach dem Schema

$$\int_{T_1}^{T_2} \sin(3t-\beta)\sin(3t-\beta-60°)\,dt$$

aufgebauten Integrale liefert zunächst

$$\int_{T_1}^{T_2} [\cos 60° - \cos(6t-2\beta-60°)]\,dt$$

und weiter

$$0{,}5\,t\Big|_{T_1}^{T_2} - \frac{1}{6}\sin(6t-2\beta-60°)\Big|_{T_1}^{T_2}.$$

Man erhält somit unter Benutzung der Ableitungen für Gl. (IV') die Beziehung

$$k' = \frac{F' - k_1 G' - k_2 H'}{t''' - \frac{1}{6}\sin(6t'''-120°) - 0{,}349}, \qquad \text{(VII')}$$

wobei

$$F' = \sin(2t'''-60°) - \frac{1}{2}\sin(4t'''-60°) + 0{,}513$$

$$G' = 0{,}5\,(t_{12}-20°) - \frac{1}{6}\sin(6t_{12}-60°) + 0{,}144$$

$$H' = 0{,}5\,(t'''-t_{12}) - \frac{1}{6}\sin(6t'''-180°) + \frac{1}{6}\sin(6t_{12}-180°)$$

ist. Entsprechend erhält man unter Benutzung der Ableitungen für Gl. (IV'') die Beziehung

$$k'' = \frac{K'' - k_2 L''}{1{,}571 - t''' + \frac{1}{6}\sin 6t'''}, \qquad \text{(VII'')}$$

wobei:

$$K'' = -\sin(2t'''-180°) + \frac{1}{2}\sin(4t'''-180°)$$

$$L'' = 0{,}5\,(90° - t''') + \frac{1}{6}\sin(6t'''-300°) + 0{,}144$$

ist. Man stellt nunmehr die zugehörigen Werte zusammen und ermittelt beispielsweise graphisch, indem man einerseits k' und k'', anderseits $k'\sin(3t'''-60°)$ und $k''\sin(3t'''-180°)$ in Abhängigkeit von t''' darstellt, den Schnittpunkt

$$t''' = 68°\ 10'$$

und die Amplituden der beiden Speisephasen

$$k' = 0{,}906, \qquad k'' = 1{,}277.$$

Man geht nunmehr mit diesen soeben erhaltenen Ergebnissen in die nachstehenden Bestimmungsgleichungen für k_1 und k_2:

$$\frac{\partial M}{\partial k_1} = 2\int_{0^\circ}^{20^0} [2\sin t - k_1 \sin 3t]\sin 3t\,dt$$

$$+ 2\int_{20^0}^{t_{12}} [2\sin t - k_1\sin 3t - k'\sin(3t-60°)]\sin 3t\,dt = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial k_2} = 2\int_{t_{12}}^{t'''} [2\sin t - k'\sin(3t-60°) - k_2\sin(3t-120°)]\sin(3t-120°)\,dt$$

$$+ 2\int_{t'''}^{90^0} [2\sin t - k_2\sin(3t-120°) - k''\sin(3t-180°)]\sin(3t-120°)\,dt = 0.$$

Neu gegenüber den früheren Bestimmungsgleichungen für k_1 und k_2 sind weitgehend ähnliche Integralausdrücke wie weiter oben. Unter Berücksichtigung der eben entwickelten Ergebnisse und der Ableitungen für Gl. (I'') erhält man:

$$k_1 = \frac{M_1 - k' N_1}{t_{12} - \frac{1}{6}\sin 6\,t_{12}}, \qquad \text{(VIII')}$$

wobei

$$M_1 = \sin 2\,t_{12} - \frac{1}{2}\sin 4\,t_{12}$$

$$N_1 = 0{,}5\,(t_{12} - 20°) - \frac{1}{6}\sin(6\,t_{12} - 60°) + 0{,}144$$

ist. Entsprechend erhält man unter Benutzung der Ableitungen für Gl. (I'):

$$k_2 = \frac{P_2 - k' Q_2 - k'' R_2}{1{,}715 - t_{12} + \frac{1}{6}\sin(6\,t_{12} - 240°)}, \qquad \text{(VIII'')}$$

wobei:

$$P_2 = 1{,}299 - \sin(2\,t_{12} - 120°) + \frac{1}{2}\sin(4\,t_{12} - 120°)$$

$$Q_2 = 0{,}5\,(t''' - t_{12}) - \frac{1}{6}\sin(6\,t''' - 180°) + \frac{1}{6}\sin(6\,t_{12} - 180°)$$

$$R_2 = 0{,}5\,(90° - t''') + \frac{1}{6}\sin(6\,t''' - 300°) + 0{,}144$$

ist. Man stellt nunmehr die zugehörigen Werte zusammen und ermittelt in ähnlicher Weise wie soeben t''', k' und k'' den Schnittpunkt

$$t_{12} = 46°\ 50'$$

und die Amplituden der beiden Speisephasen

$$k_1 = 0{,}633, \qquad k_2 = 1{,}136.$$

Man erkennt ohne weiteres, daß die anfänglich zugrunde gelegten Werte $k_1 = 0{,}67$ und $k^2 = 1{,}10$ bereits recht gute Anfangswerte waren.

Im nächsten Rechengang geht man mit den verbesserten Werten k_1 und k_2 in die Bestimmungsgleichungen (VII') u. (VII'') und erhält ähnlich den Schnittpunkt

$$t''' = 68°\ 20'$$

und die Amplituden der beiden Speisephasen

$$k' = 0{,}907, \qquad k'' = 1{,}240.$$

Dieser Rechengang ergibt eine noch geringere Differenz gegenüber den früheren Werten.

Erneut geht man mit den verbesserten Werten k' und k'' in die Bestimmungsgleichungen (VIII') u. (VIII'') und erhält entsprechend den Schnittpunkt

$$t_{12} = 46°\ 50'$$

und die Amplituden der beiden Speisephasen

$$k_1 = 0{,}632, \qquad k_2 = 1{,}155.$$

Wiederum legt man diese neuen Werte k_1 und k_2 den Bestimmungsgleichungen (VII') u. (VII'') zugrunde und erhält den Schnittpunkt

$$t''' = 68°\ 20'$$

und die Amplituden der beiden Speisephasen

$$k' = 0{,}900, \qquad k'' = 1{,}223.$$

Auch diese verbesserten Werte werden in die Bestimmungsgleichungen (VIII') u. (VIII'') eingefügt, und man erhält den Schnittpunkt

$$t_{12} = 46°\ 50'$$

und die Amplituden der beiden Speisephasen

$$k_1 = 0{,}635, \qquad k_2 = 1{,}167.$$

Schließlich sollen diese verbesserten Werte noch einmal den Bestimmungsgleichungen (VII') u. (VII'') zugrunde gelegt werden. Man erhält den Schnittpunkt

$$t''' = 68°\ 20'$$

und die Amplituden der beiden Speisephasen

$$k' = 0{,}892, \qquad k'' = 1{,}213.$$

Man erkennt, daß ein Weiterführen dieses Näherungsverfahrens keine praktischen Änderungen mehr bringt, und zwar im vorliegenden Falle schon deswegen, weil die bei der Rechnung benutzten Tafeln für die trigonometrischen Funktionen nur Werte von 10′ zu 10′ enthielten. Die dadurch bedingten Schwankungen in den Koeffizienten von (VII′), (VII″), (VIII′) u. (VIII″) können bis zu 1% betragen. Es empfiehlt sich daher, das Näherungsverfahren mit folgenden abgerundeten Daten abzubrechen:

$$k_1 = 0{,}640 \qquad k_2 = 1{,}170 \qquad t_{12} = 46^\circ\ 50'$$
$$k' = 0{,}890 \qquad k'' = 1{,}210 \qquad t''' = 68^\circ\ 20'$$

Die harmonische Analyse der Einphasenspannung gemäß Bild 9 des Doppelumrichters liefert bezüglich der von k_1, k_2 und $k_3 = k_2$ erzeugten Teilspannung u_a folgendes Ergebnis:

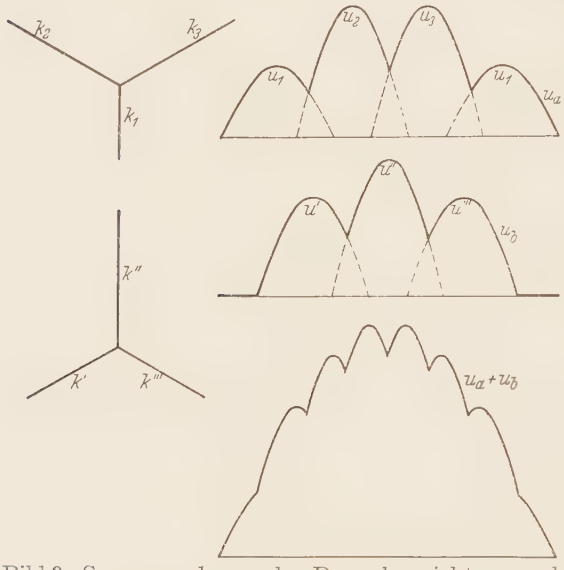

Bild 9. Spannungskurve des Doppelumrichters nach Arbeitsverfahren 3a für starren Betrieb.

$$b_1 = +1{,}038 \qquad b_7 = +0{,}177$$
$$b_3 = +0{,}052 \qquad b_9 = -0{,}128$$
$$b_5 = +0{,}065 \qquad b_{11} = +0{,}011.$$

Bezüglich der von k', k'' und $k''' = k'$ erzeugten Teilspannung u_b ergibt sich folgendes Ergebnis:

$$b_1 = +0{,}957 \qquad b_7 = -0{,}208$$
$$b_3 = -0{,}052 \qquad b_9 = +0{,}094$$
$$b_5 = -0{,}072 \qquad b_{11} = -0{,}013.$$

Wie früher führt man auch jetzt wieder die Addition für die Grundwelle und jede der Harmonischen durch und erhält daher für die aus u_a und u_b gebildete Summenspannung:

$$b_1 = +1{,}995 \qquad b_7 = -0{,}031$$
$$b_3 = \pm 0{,}000 \qquad b_9 = -0{,}034$$
$$b_5 = -0{,}007 \qquad b_{11} = -0{,}002.$$

Sonderfall des Doppelumrichters für starren und elastischen Betrieb.

Fordert man für einen Umrichter, daß er sowohl starr als auch elastisch arbeiten soll, so kann man nach einem zuerst von K. Kettner angegebenen, nicht veröffentlichten Vorschlag derart vorgehen, daß man für jede der Teilspannungen u_a und u_b die gleichen Amplituden für die Speisephasen zugrunde legt, d. h. es muß einerseits $k' = k_1$, anderseits $k'' = k_2$ sein. Wie sich schon beim Näherungsverfahren gezeigt hat, sind k'' und k_2 praktisch einander gleich, so daß von dieser Seite her keine Verschlechterung des beim Näherungsverfahren erhaltenen Ergebnisses zu erwarten ist. Bezüglich k' und k_1 wird man einen Mittelwert zwischen 0,64 und 0,89 erhalten. Als Ausgangspunkt für die Bestimmung von k_1 und k_2 dient der besondere Ausdruck

$$M = \int_{0^\circ}^{20^\circ} [2\sin t - k_1 \sin 3t]^2\, dt + \int_{20^\circ}^{t_{12}} [2\sin t - k_1 \sin 3t - k_1 \sin(3t - 60^\circ)]^2\, dt$$
$$+ \int_{t_{12}}^{t_{12}+20^\circ} [2\sin t - k_1 \sin(3t - 60^\circ) - k_2 \sin(3t - 120^\circ)]^2\, dt$$
$$+ \int_{t_{12}+20^\circ}^{90^\circ} [2\sin t - k_2 \sin(3t - 120^\circ) - k_2 \sin(3t - 180^\circ)]^2\, dt,$$

der ein Minimum werden soll. Man erhält zunächst genau wie früher die beiden Bestimmungsgleichungen:

$$\frac{\partial M}{\partial k_1} = 2\int_{0^\circ}^{20^\circ} [2\sin t - k_1 \sin 3t]\sin 3t\,dt$$

$$+ 2\int_{20^\circ}^{t_{12}} [2\sin t - k_1 \sin 3t - k_1 \sin(3t - 60^\circ)]\cdot[\sin 3t + \sin(3t - 60^\circ)]\,dt$$

$$+ 2\int_{t_{12}}^{t_{12}+20^\circ} [2\sin t - k_1 \sin(3t - 60^\circ) - k_2 \sin(3t - 120^\circ)]\sin(3t - 60^\circ)\,dt = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial k_2} = 2\int_{t_{12}}^{t_{12}+20^\circ} [2\sin t - k_1 \sin(3t - 60^\circ) - k_2 \sin(3t - 120^\circ)]\sin(3t - 120^\circ)\,dt$$

$$+ 2\int_{t_{12}+20^\circ}^{90^\circ} [2\sin t - k_2 \sin(3t - 120^\circ) - k_2 \sin(3t - 180^\circ)][\sin(3t - 120^\circ) + \sin(3t - 180^\circ)]\,dt = 0.$$

Aus der ersten Bestimmungsgleichung folgt zunächst:

$$2\cdot 2\int_{0^\circ}^{t_{12}} \sin t \sin 3t\,dt + 2\cdot 2\int_{20^\circ}^{t_{12}+20^\circ} \sin t \sin(3t - 60^\circ)\,dt$$

$$= 2k_1\int_{0^\circ}^{t_{12}} \sin^2 3t\,dt + 2k_1\int_{20^\circ}^{t_{12}+20^\circ} \sin^2(3t - 60^\circ)\,dt + 2\cdot 2k_1\int_{20^\circ}^{t_{12}} \sin 3t \sin(3t - 60^\circ)\,dt$$

$$+ 2k_2\int_{t_{12}}^{t_{12}+20^\circ} \sin(3t - 60^\circ)\sin(3t - 120^\circ)\,dt$$

und weiter

$$2\left[\frac{1}{2}\sin 2t\Big|_{0^\circ}^{t_{12}} - \frac{1}{4}\sin 4t\Big|_{0^\circ}^{t_{12}} + \frac{1}{2}\sin(2t - 60^\circ)\Big|_{20^\circ}^{t_{12}+20^\circ} - \frac{1}{4}\sin(4t - 60^\circ)\Big|_{20^\circ}^{t_{12}+20^\circ}\right]$$

$$= 2k_1\left[t\Big|_{0^\circ}^{t_{12}} - \frac{1}{6}\sin 6t\Big|_{0^\circ}^{t_{12}}\right] + 2k_1\left[0{,}5\,t\Big|_{20^\circ}^{t_{12}} - \frac{1}{6}\sin(6t - 60^\circ)\Big|_{20^\circ}^{t_{12}}\right]$$

$$+ k_2\left[0{,}5\,t\Big|_{t_{12}}^{t_{12}+20^\circ} - \frac{1}{6}\sin(6t - 180^\circ)\Big|_{t_{12}}^{t_{12}+20^\circ}\right].$$

Mit den Abkürzungen:

$$U_0 = \sin 2t_{12} - \frac{1}{2}\sin 4t_{12} + \sin(2t_{12} - 20^\circ) - \frac{1}{2}\sin(4t_{12} + 20^\circ) + 0{,}513$$

$$V_1 = 3t_{12} - \frac{1}{3}\sin 6t_{12} - \frac{1}{3}\sin(6t_{12} - 60^\circ) - 0{,}060$$

$$W_{12} = 0{,}175 - \frac{1}{6}\sin 6t_{12} - \frac{1}{6}\sin(6t_{12} - 60^\circ)$$

erhält man:

$$k_1 V_1 + k_2 W_{12} = U_0. \qquad \text{(IX')}$$

Aus der zweiten Bestimmungsgleichung folgt zunächst:

$$2\cdot 2\int_{t_{12}}^{90^\circ} \sin t \sin(3t - 120^\circ)\,dt + 2\cdot 2\int_{t_{12}+20^\circ}^{90^\circ} \sin t \sin(3t - 180^\circ)\,dt$$

$$= 2k_1\int_{t_{12}}^{t_{12}+20^\circ} \sin(3t - 60^\circ)\sin(3t - 120^\circ)\,dt + 2\cdot 2k_2\int_{t_{12}+20^\circ}^{90^\circ} \sin(3t - 120^\circ)\sin(3t - 180^\circ)\,dt$$

$$+ 2k_2\int_{t_{12}}^{90^\circ} \sin^2(3t - 120^\circ)\,dt + 2k_2\int_{t_{12}+20^\circ}^{90^\circ} \sin^2(3t - 180^\circ)\,dt$$

und weiter

$$2\left[\frac{1}{2}\sin(2t - 120^\circ)\Big|_{t_{12}}^{90^\circ} - \frac{1}{4}\sin(4t - 120^\circ)\Big|_{t_{12}}^{90^\circ} + \frac{1}{2}\sin(2t - 180^\circ)\Big|_{t_{12}+20^\circ}^{90^\circ} - \frac{1}{4}\sin(4t - 180^\circ)\Big|_{t_{12}+20^\circ}^{90^\circ}\right]$$

$$= k_1\left[0{,}5\,t\Big|_{t_{12}}^{t_{12}+20^\circ} - \frac{1}{6}\sin(6t - 180^\circ)\Big|_{t_{12}}^{t_{12}+20^\circ}\right] + k_2\left[t\Big|_{t_{12}}^{90^\circ} - \frac{1}{6}\sin(6t - 240^\circ)\Big|_{t_{12}}^{90^\circ}\right]$$

$$+ k_2\left[t\Big|_{t_{12}+20^\circ}^{90^\circ} - \frac{1}{6}\sin 6t\Big|_{t_{12}+20^\circ}^{90^\circ}\right] + 2k_2\left[0{,}5\,t\Big|_{t_{12}+20^\circ}^{90^\circ} - \frac{1}{6}\sin(6t - 300^\circ)\Big|_{t_{12}+20^\circ}^{90^\circ}\right].$$

Mit den Abkürzungen

$$X_0 = 1{,}299 - \sin(2t_{12} - 120°) + \frac{1}{2}\sin(4t_{12} - 120°) + \sin(2t_{12} + 40°) - \frac{1}{2}\sin(4t_{12} + 80°)$$

$$Y_2 = 4{,}447 - 3\,t_{12} - \frac{1}{3}\sin(6t_{12} - 60°) - \frac{1}{3}\sin 6t_{12}$$

$$Z_{12} = 0{,}175 - \frac{1}{6}\sin 6t_{12} - \frac{1}{6}\sin(6t_{12} - 60°)$$

erhält man:

$$k_1 Z_{12} + k_2 Y_2 = X_0. \qquad (IX'')$$

Man erkennt, daß die Koeffizienten U_0, V_1 und W_{12} sowie X_0, Y_2 und Z_{12} nur von t_{12} abhängig sind. Gibt man also die Werte von t_{12} vor, so kann man die zugehörigen Werte U_0, V_1 und W_{12} sowie X_0, Y_2 und Z_{12} und damit auch k_1 und k_2 bestimmen. Man erhält als Schnittpunkt

$$t_{12} = 47° 30'$$

und für die Amplituden der Phasenspannungen

$$k_1 = 0{,}757, \qquad k_2 = 1{,}213.$$

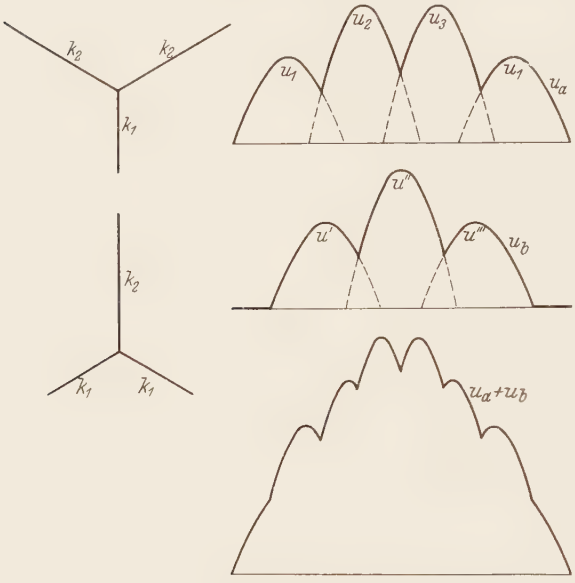

Bild 10. Spannungskurve des Doppelumrichters nach Arbeitsverfahren 3a für starren und elastischen Betrieb.

Die harmonische Analyse der Einphasenspannung gemäß Bild 10 liefert bezüglich der Teilspannung u_a folgendes Ergebnis:

$b_1 = +1{,}106$	$b_7 = +0{,}178$
$b_3 = +0{,}113$	$b_9 = -0{,}139$
$b_5 = +0{,}095$	$b_{11} = +0{,}018.$

Bezüglich der unter Beteiligung des Sternpunktes erzeugten Teilspannung u_b ergibt sich folgendes:

$b_1 = +0{,}883$	$b_7 = -0{,}199$
$b_3 = -0{,}104$	$b_9 = +0{,}084$
$b_5 = -0{,}019$	$b_{11} = -0{,}050.$

Wie bei den vorangehenden Doppelumrichtern, so führt man auch jetzt wieder die Addition für die Grundwelle und jede der Harmonischen durch und erhält daher für die aus u_a und u_b gebildete Summenspannung:

$b_1 = +1{,}989$	$b_7 = -0{,}021$
$b_3 = +0{,}009$	$b_9 = -0{,}055$
$b_5 = +0{,}076$	$b_{11} = +0{,}013.$

Zusammenfassung der bezüglich des Doppelumrichters erhaltenen Ergebnisse und Vergleich mit bekannten Umrichtern.

Für die nachfolgenden Betrachtungen wird zunächst wie früher eine Reduktion der Amplituden der Grundwelle und der Oberwelle auf die Amplitude 1,000 der Grundwelle durchgeführt. Man erhält:

	Wiesental	allgemein	Sonderfall
3. Harmonische:	—	—	+0,005
5. „	+0,009	−0,004	+0,038
7. „	−0,039	−0,016	−0,011
9. „	−0,023	−0,017	−0,028
11. „	+0,082	−0,001	+0,007

Bei der Bildung der Teilsummen der Quadrate der Amplitude der Grundwelle und der Harmonischen ergibt sich:

	Wiesental	allgemein	Sonderfall
$b_1^2 + b_3^2$	1,0000	1,0000	1,0000
$b_1^2 + b_3^2 + b_5^2$	1,0001	1,0000	1,0014
$b_1^2 + \ldots + b_7^2$	1,0015	1,0003	1,0015
$b_1^2 + \ldots + b_9^2$	1,0020	1,0006	1,0023
$b_1^2 + \ldots + b_{11}^2$	1,0087	1,0006	1,0023

Von den sonstigen Umrichtern sind dem Verfasser nur die eingehenden Untersuchungen von R. Feinberg[9]) über den Hüllkurvenumrichter mit sechs Speisephasen bekannt geworden, wobei, wie weiter oben bereits bemerkt wurde, für das Arbeitsverfahren die streng mathematische Definition zugrunde gelegt wurde. In die vergleichende Gegenüberstellung sollen die von R. Feinberg angegebenen Werte einbezogen werden. Man entnimmt folgende reduzierten Werte:

$$b_1 = +1{,}000 \qquad b_7 = -0{,}001$$
$$b_3 = -0{,}027 \qquad b_9 = +0{,}017$$
$$b_5 = -0{,}018 \qquad b_{11} = +0{,}025.$$

Bei der Bildung der Teilsummen der Quadrate ergibt sich folgendes:

$b_1^2 + b_3^2$	1,0007
$b_1^2 + b_3^2 + b_5^2$	1,0010
$b_1^2 + \ldots + b_7^2$	1,0010
$b_1^2 + \ldots + b_9^2$	1,0013
$b_1^2 + \ldots + b_{11}^2$	1,0019

Über die sog. Steuerumrichter, bei denen allein mittels der Steuerung die Erzeugung der gewünschten Kurvenform aus nicht abgestuften Phasenspannungen sichergestellt

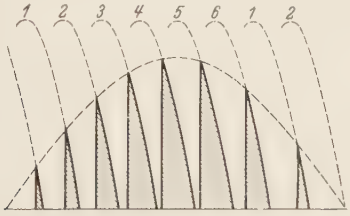

Bild 11. Spannungskurve eines Steuerumrichters nach Hüllkurvendefinition.

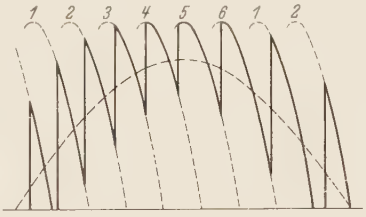

Bild 12. Spannungskurve eines Steuerumrichters nach Mittelwertdefinition.

ist, sind eingehende Untersuchungen nicht veröffentlicht worden[10]). Sie sind hinsichtlich des Arbeitsverfahrens verwandt mit den streng mathematisch definierten Hüllkurvenumrichtern, denn entscheidend für die Ausbildung der Steuerung und das Einsetzen des Stromes in den Entladungsstrecken ist der jeweilige Schnittpunkt der Phasenspannung im Bereich negativer Tangenten mit einer Sollkurve. Das bedeutet aber, daß an die Stelle einer Tangentenbeziehung eine Schnittpunktsbeziehung tritt. Die Tangentenbeziehung ist aber aus mathematischen Gründen nur ein Sonderfall unter den Schnittpunktsbeziehungen. Man kann daher ohne weiteres annehmen, daß die Oberwellen niederer Ordnungszahl nicht wesentlich von denen entsprechender Hüllkurvenumrichter abweichen können. Bezüglich der Oberwellen höherer Ordnungszahl ergeben sich naturgemäß sehr erhebliche Abweichungen. Die vorherrschende Oberwelle ist diejenige, die durch die Phasenzahl bedingt ist. Für den Fall der Alleinspeisung eines Netzes durch einen Umrichter und rein Ohmscher Belastung ist in Bild 11 die vom Umrichter gelieferte Spannung durch schraffierte Flächen angedeutet. Man erkennt ohne Durchführung der harmonischen Analyse, daß die erzeugte Spannung

[9]) R. Feinberg, a. a. O.

[10]) Nach Abschluß vorliegender Arbeit, die Anfang April 1935 bei der Technischen Hochschule Breslau als Dissertation eingereicht wurde, wurde der Aufsatz J. v. Issendorff, Der gesteuerte Umrichter, Wiss. Veröff. Siemens-Werk. 14 (1935) H. 3, S. 1 bekannt.

eine starke 17. Harmonische aufweist. Man kann zwar die Definition bezüglich der Steuerung etwas abändern und die Arbeitsverhältnisse an sich etwas günstiger gestalten, wenn man den Strom in einer Entladungsstrecke dann einsetzen läßt, wenn die Summe der Augenblickswerte der Spannung der zugehörigen Speisephase und der Spannung der abzulösenden Speisephase gleich dem doppelten Augenblickswert der Sollkurve ist. Diese Möglichkeit ist dem Bild 12 zugrunde gelegt. Man erkennt, daß eine grundsätzliche Änderung des Aufbaues der gewünschten Kurve nicht eintritt, und ebenso bleibt die Tatsache bestehen, daß die erzeugte Spannung eine starke 17. Harmonische enthält. Es genügt also zweifellos, nur den bereits von R. Feinberg untersuchten Hüllkurvenumrichter zu berücksichtigen.

Legt man zunächst rein Ohmsche Belastung zugrunde, und läßt man vorerst beim Hüllkurvenumrichter auch die schlechtere Ausnutzung der Transformatorwicklungen und der Entladungsstrecken infolge der kurzen Brenndauer der Entladungsstrecken gegenüber den Doppelumrichtern außer Betracht, so ist naturgemäß der durch das Näherungsverfahren ermittelte Allgemeinfall jedem anderen Umrichter weit überlegen. In erster Annäherung sind der Hüllkurvenumrichter und der von K. Kettner angegebene Sonderfall des Doppelumrichters einander äquivalent. Berücksichtigt man jedoch bei dem Vergleich, daß dieser Doppelumrichter an sich eine günstigere Ausnutzung des verwendeten Materials erlaubt und weiter im Falle des elastischen Betriebes nur $2 \cdot 2 \cdot 7$ Entladungsstrecken gegenüber $2 \cdot 24$ Entladungsstrecken beim Hüllkurvenumrichter benötigt, so ist die technische Überlegenheit des Sonderfalles außer allem Zweifel. Vergleicht man den Umrichter für die Wiesentalbahn mit dem Hüllkurvenumrichter, so hat es, wenn man den Gehalt an Oberwellen als alleinigen Gütemaßstab zugrunde legt, den Anschein, als ob der Doppelumrichter nicht besser, vielleicht sogar schlechter wäre. Normalerweise sind aber die Verhältnisse in mit Einphasenstrom gespeisten Bahnnetzen derart, daß rein Ohmsche Belastungen einen Ausnahmefall darstellen. Läßt man aber schon geringe induktive Phasenverschiebungen zu, so ist die Dämpfung der Harmonischen im Strom, wie R. Feinberg bereits gezeigt hat, ziemlich groß. Legt man eine mittlere nacheilende Phasenverschiebung von 45° entsprechend einem Leistungsfaktor der Grundwelle $L = 0{,}707$ zugrunde, so ergibt sich unter Zuhilfenahme der von R. Feinberg mitgeteilten Funktion

$$f(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \varphi + n^2 \sin^2 \varphi}}$$

für die Harmonischen im Strom folgende Zusammenstellung:

	Hüllkurven-U.	Wiesental-U.
3. Harmonische:	−0,012	—
5. „	−0,005	+0,002
7. „	—	−0,008
9. „	+0,003	−0,004
11. „	+0,003	+0,011

Läßt man den Gehalt an Oberwellen als alleinigen Gütemaßstab zu, so kann man nur feststellen, daß beide Umrichter praktisch gleichwertig sind. Berücksichtigt man jedoch die Frage der Ausnutzung des verwendeten Materials, so ist auch in diesem Falle die Überlegenheit auf seiten des Wiesental-Umrichters.

Es bleibt schließlich noch zu bemerken, daß der durch das Näherungsverfahren ermittelte Doppelumrichter noch nicht das Optimum bezüglich der Oberwellen ergibt, da für ihn nur das vereinfachte neue Arbeitsverfahren zugrunde gelegt ist. Dieses wird nur zu erreichen sein, wenn man das erweiterte neue Arbeitsverfahren heranzieht. Es ist jedoch auf Grund der früheren Rechnungen sehr zweifelhaft, ob noch eine nennenswerte Verbesserung der Kurve der erzeugten Spannung möglich ist. Vermutlich wird ähnlich wie beim Übergang von Bild 4 auf Bild 5 eine Verringerung

der größten Abweichungen der Augenblickswerte der Istkurve von denen der Sollkurve eintreten. Das würde im vorliegenden Falle in erster Linie für die 90°-Phasenlage in Betracht kommen und wird, da eine Verringerung der Größe der 5. und 7. Harmonischen kaum noch möglich erscheint, wahrscheinlich nur eine Verringerung der Größe der Harmonischen höherer Ordnung zur Folge haben.

Versuch einer Abschätzung von betrieblichen Einflüssen auf die von Umrichtern gelieferten Wechselspannungen.

Von den betrieblichen Einflüssen auf die von Umrichtern gelieferten Wechselspannungen entziehen sich zunächst der Betrachtung die Vorgänge auf der Primärseite des Umrichters, d. h. also im Drehstromnetz. Sorgfältige Abschätzungen wird man hierfür erst durchführen können, wenn längere Betriebserfahrungen mit Umrichtern vorliegen[11]).

Von den sonstigen betrieblichen Einflüssen spielen der Ohmsche und induktive Spannungsabfall in den Wicklungen des an das Drehstromnetz angeschlossenen Speisetransformators und der Spannungsabfall in den Entladungsstrecken eine Rolle. Bei Entladungsstrecken mit lichtbogenförmiger Entladung ist nun der Spannungsabfall während des Stromdurchganges praktisch konstant und weitgehend von der Belastung unabhängig. Bekanntlich rechnet man bei Glasgefäßen mit Quecksilberkathode mit einem Spannungsabfall von rund 20 V, bei Eisengefäßen mit Quecksilberkathode mit einem Spannungsabfall von rund 30 V. Nimmt man weiter an, daß die Lichtbogenspannung etwa gleich 1% der Amplitude der vom Umrichter gelieferten Wechselspannung ist, so muß man beispielsweise bei Ohmscher Belastung von der theoretischen Istkurve eine rechteckförmige Wechselspannungskurve abziehen, deren Höhe gleich 1% der Amplitude der Istkurve ist und deren Nulldurchgänge in denselben Zeitpunkten wie bei der theoretischen Istkurve erfolgen. Die harmonische Analyse von solchen rechteckförmigen Wechselspannungen ist bekannt[12]). Man erhält

$$b_{2n-1} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{2n-1},$$

wenn die Höhe des Rechteckes gleich 1 ist, d. h. entsprechend bei vorliegender Betrachtung für die

1. Harmonische:	−0,013	5. Harmonische:	−0,001
3. „	−0,003	7. „	−0,001

Die Harmonischen höherer Ordnungszahl sind kleiner als 0,001. Man kann also zusammenfassen, daß der Lichtbogenspannungsabfall praktisch nur die Grundwelle und die 3. Harmonische, allenfalls noch die 5. Harmonische beeinflußt, die Harmonischen höherer Ordnung dagegen nicht.

Bei der Betrachtung der betrieblichen Einflüsse des an das Drehstromnetz angeschlossenen Speisetransformators muß man sich vor Augen halten, daß das Arbeiten des Umrichters eine unaufhörliche Folge von Schalthandlungen mit den zugehörigen Ausgleichsvorgängen ist, und weiter, daß der Umrichter kein homogenes Gebilde ist, da die gesamten Spannungsverhältnisse in den einzelnen Entladungsstromkreisen verschiedenartig sind. Mit Rücksicht hierauf müßte man, wenn man sich genauen Aufschluß verschaffen will, unter Zugrundelegung der tatsächlichen Betriebsverhältnisse einschließlich der einzuhaltenden Übergangsbedingungen zwischen den einzelnen Speisephasen den genauen zeitlichen Verlauf von Spannung und Strom konstruieren. Für eine summarische Abschätzung des Kurvenverlaufes der gelieferten Wechselspannung kann man folgendes sagen, wenn man berücksichtigt, daß der

[11]) O. Kasperowski, Rückwirkung von Stromrichtern auf das speisende Drehstromnetz. Elektr. Bahnen 9 (1933) S. 253.

[12]) Vgl. z. B. H. v. Mangoldt, Einführung in die höhere Mathematik. Bd. 3: Integralrechnung, 2. Aufl., S. 456. Leipzig: S. Hirzel 1920.

Ohmsche Spannungsabfall bekanntlich[13]) praktisch keinen Einfluß gegenüber dem induktiven Spannungsabfall hat: Legt man wiederum rein Ohmsche Belastung oder eine Belastung, die außer dem überwiegend Ohmschen Charakter einen sehr kleinen kapazitiven Anteil aufweist, zugrunde, so wird die tatsächliche Klemmenspannung der ideellen Leerlaufspannung nachzueilen versuchen, aber nicht wie bei einer homogenen Maschine ohne Veränderung der Kurvenform, sondern es tritt wegen der verschiedenartigen Größe des induktiven Spannungsabfalles der einzelnen Speisephasen entsprechend der Abstufung ihrer Spannungswerte ein stärkeres Zurückbleiben der Augenblickswerte in der Nachbarschaft der Phasenlagen 50°, 130°, 230° und 310° auf. Das bedeutet aber, daß infolge der durch die Verschiedenartigkeit der Spannungsabfälle bedingten Inhomogenität die am Umrichter gemessene Klemmenspannung eine 3. Harmonische enthalten wird. Man weiß weiter bereits vom Gleichrichter her, daß der infolge der Streuinduktivitäten des Speisetransformators nicht zeitlos verlaufende Kommutierungsvorgang, d. h. der Übergang des Stromes von einer Entladungsstrecke auf die im Betrieb nachfolgende, Veränderungen der Kurvenform der abgegebenen Spannung zur Folge hat, über die beispielsweise M. Schenkel[14]) recht anschaulich berichtete. Für die Größe der durch die Kommutierung hervorgerufenen sägezahnartigen Lücken sind maßgebend: die Größe der treibenden Spannung, d. h. der Differenz der beiden am Kommutierungsvorgang beteiligten Speisephasen, die Größe der Streuinduktivitäten der beiden Speisephasen und die Größe des Belastungsstromes, wobei sowohl eine Vergrößerung der Streuinduktivitäten der beiden Speisephasen als auch eine Vergrößerung des Belastungsstromes eine Verlängerung der Kommutierungsdauer und damit auch eine Vergrößerung der Kommutierungslücken hervorrufen. Hinsichtlich des Einflusses der Kommutierung auf die von Umrichtern gelieferten Wechselspannungen kann man also sagen, daß die Belastung mit reiner Blindleistung am günstigsten ist, da dann in den Zeiten größter Augenblickswerte des Stromes die Speisephasen mit den kleinsten induktiven Spannungsabfällen und in der Nachbarschaft der Nulldurchgänge des Stromes die Speisephasen mit den größten induktiven Spannungsabfällen den Strom führen. Am ungünstigsten ist die rein Ohmsche Belastung, weil größte Augenblickswerte des Stromes und größte induktive Spannungsabfälle zusammentreffen. Auf Grund der Untersuchungen von K. Müller-Lübeck und E. Uhlmann[15]) weiß man, daß bereits beim Gleichrichter, der doch in bezug auf den Umrichter wesentlich einfachere Verhältnisse aufweist, die Betrachtungen sehr unübersichtlich werden und es daher erforderlich ist, zu Vereinfachungen zu schreiten. Die in der angezogenen Arbeit der beiden Verfasser durchgeführten Vereinfachungen wird man, obwohl grundsätzlich die dort angegebenen Übergangsbedingungen hier keine Gültigkeit haben, bei Ohmscher Belastung eines Umrichters in der Nähe der Augenblickswerte des Stromes, die gleich dem positiven oder negativen Scheitelwert sind, dennoch mit einer hinreichenden Genauigkeit verwenden dürfen, d. h. man kann die dortige Gleichung (37a)

$$s = \sqrt{\frac{2 X_a}{R \operatorname{tg} \frac{\pi}{p}}} \qquad \text{(X)}$$

verwenden. Dabei bedeutet hier wie dort X_a die Streureaktanz der Speisephase des Drehstromtransformators, R den Belastungswiderstand, p die Phasenzahl des Drehstromtransformators. Für X_a ist im vorliegenden Falle der arithmetische Mittelwert zwischen den Streureaktanzen der beiden an dem Kommutierungsvorgang beteiligten

[13]) M. Schenkel, Einige Besonderheiten aus dem Betrieb von Transformatoren in Gleichrichteranlagen. Siemens-Z. 5 (1925) S. 1.

[14]) M. Schenkel, a. a. O.

[15]) K. Müller-Lübeck u. E. Uhlmann, Die Strom- und Spannungsverhältnisse der gittergesteuerten Gleichrichter. Arch. Elektrotechn. 27 (1933) S. 347, insbesondere Gl. (34) des Abschnittes II.

Speisephasen zu setzen. Für eine rohe Abschätzung wird man die Gl. (37a) auch bei den Augenblickswerten von Spannung und Strom, die erheblich vom Scheitelwert abweichen, zugrunde legen können, da sich der an den Verbraucher abgegebene Strom während des Kommutierungsvorganges nur wenig ändert. Verglichen werden sollen die Kommutierungseinflüsse beim Hüllkurvenumrichter und beim allgemeinen Fall des Doppelumrichters, und zwar unter Zugrundelegung gleicher Leistung und annähernd gleicher Durchgangsstrom- und Sperrspannungsverhältnisse für die Entladungsstrecken, wobei bezüglich des Durchgangsstromes der mittlere Wert von $\int i \cdot dt$ der Entladungsstrecken als Maßstab dienen soll. Wegen der Leistungsbedingung ergibt sich, daß zwischen dem Belastungswiderstand beim Hüllkurvenumrichter und dem Belastungswiderstand beim Doppelumrichter ein Größenverhältnis von 1 : 4 bestehen muß. Ferner sollen für die Drehstromtransformatoren beider Umrichter gleiche Streuinduktivitätsverhältnisse bestehen, und zwar möge für den Belastungswiderstand 1 und den Scheitelwert 1 einer Speisephase die zugehörige Streureaktanz gleich 0,04 sein. Dieser Wert wird praktischen Verhältnissen ziemlich nahekommen.

I. Hüllkurvenumrichter.

Die geforderte Sollkurve (Grundwelle) ist $f(t) = \sin t$. Infolgedessen ergibt sich mit Hilfe der von R. Feinberg angegebenen Beziehungen (2a) und (5) für die Amplituden der sechs Speisephasen

$$k_1 = 0{,}356 \qquad k_4 = 1{,}069$$
$$k_2 = 0{,}780 \qquad k_5 = 0{,}996$$
$$k_3 = 0{,}996 \qquad k_6 = 0{,}780.$$

II. Allgemeiner Fall des Doppelumrichters.

Da bereits früher die harmonische Analyse gezeigt hat, daß die Amplitude der Grundwelle der erzeugten Wechselspannung praktisch gleich 2 ist, so kann man die dort ermittelten Werte

$$k_1 = 0{,}640 \qquad k' = 0{,}890$$
$$k_2 = 1{,}170 \qquad k'' = 1{,}210$$
$$k_3 = 1{,}170 \qquad k''' = 0{,}890$$

unmittelbar übernehmen.

Man erhält also im Falle I die folgenden Kommutierungszeiten, bezogen auf die höherfrequente Periode:

$$s_{12} = s_{61} = 16^\circ\ 0'$$
$$s_{23} = s_{56} = 20^\circ\ 0'$$
$$s_{34} = s_{45} = 21^\circ\ 40'$$

und im Falle II entsprechend

$$s^a_{12} = s^a_{31} = 8^\circ\ 20' \qquad s^b_{01} = s^b_{30} = 5^\circ\ 50'$$
$$s^a_{23} = 9^\circ\ 20' \qquad s^b_{12} = s^b_{23} = 8^\circ\ 50'.$$

In Bild 13 und 14 sind Istkurven für den Hüllkurvenumrichter und die beiden Teilspannungen des Doppelumrichters dargestellt, bei denen nur der Einfluß der Kommutierung berücksichtigt ist. Alle übrigen Einflußmöglichkeiten, insbesondere auch der Spannungsabfall in den Transformatorwicklungen, sollen zwecks Vereinfachung außer Betracht bleiben. Ferner wurde zur Vereinfachung angenommen, daß die während des Kommutierungsvorganges gelieferte Wechselspannung, die einen Mittelwert zwischen den beiden am Kommutierungsvorgang beteiligten Speisephasen darstellt, im Verhältnis der Streureaktanzen aus den beiden Phasenspannungen zu ermitteln ist und einen praktisch geradlinigen Verlauf aufweist. Die letzte weitergehende Vereinfachung wurde zur Erleichterung der zeichnerischen Darstellung verwendet. Beim

Vergleich der Kurven gemäß Bild 13 und 14 erkennt man, daß — bezogen auf den Hüllkurvenumrichter — die Kurven der beiden Teilspannungen des Doppelumrichters durch die Kommutierung fast gar nicht beeinträchtigt werden. Will man aber umgekehrt bezüglich der Kommutierungszeiten bei beiden Umrichtern im Mittel eine gleiche Beeinflussung haben, so muß beim Hüllkurvenumrichter die Streureaktanz der Speisephasen des Drehstromtransformators wesentlich kleiner gewählt werden als beim Doppelumrichter, und zwar, wie die Gegenüberstellung der beiden Umrichter mit Hilfe der Gl. (X) ergibt, im Verhältnis 1 : 6. Wenn also beim Doppelumrichter ein Wert von 0,04 zugelassen ist, so muß beim Hüllkurvenumrichter als entsprechender Wert 0,0067 gewählt werden, was wohl schon praktisch kaum erreicht werden kann und in wirtschaftlicher Hinsicht gar nicht vertretbar ist. Bereits diese summarischen Betrachtungen zeigen, daß die tatsächlich bestehenden Verhältnisse bei beiden Umrichtern noch stärker zugunsten des Doppelumrichters sprechen. Da eine hinreichend genaue analytische Erfassung der Augenblickswerte der vom Umrichter während des Kommutierungsvorganges gelieferten Wechselspannung, wie vorstehend erläutert wurde, nicht möglich ist, kann man naturgemäß auch keine genaueren Angaben über die durch die

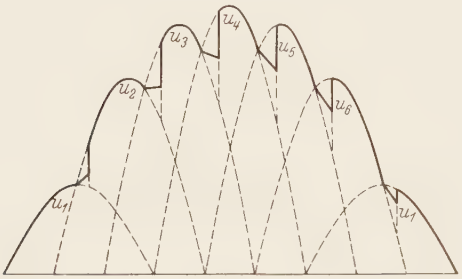

Bild 13. Ist-Spannungskurve des streng mathematisch definierten Hüllkurvenumrichters.

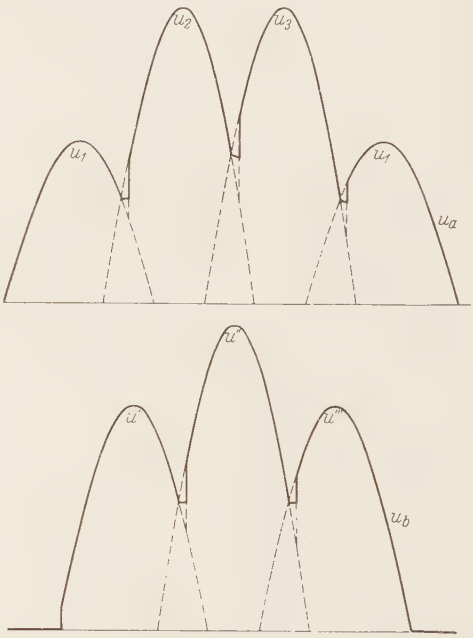

Bild 14. Ist-Kurven der beiden Teilspannungen des Doppelumrichters für starren Betrieb.

Kommutierung bedingten Änderungen der Grundwelle und der Harmonischen machen. Einen Anhaltspunkt für eine Abschätzung bieten lediglich die Flächen der Kommutierungslücken, die man in Beziehung zu der von der ideellen Spannungskurve umschlossenen Fläche oder besser noch in Beziehung zu der Fläche, die von der Grundwelle der ideellen Spannungskurve umschlossen wird, setzt. Beim Hüllkurvenumrichter ergibt sich z. B. für einen bestimmten Maßstab für die durch die Kommutierung bedingten Flächenlücken die Summe 0,032 dm². Dieser Wert ist mit $\pi/1{,}8$ zu multiplizieren, damit das Verhältnis zu

$$\int_0^{\pi} \sin t \, dt = 2$$

gebildet werden kann. Man erhält dann für dieses Verhältnis 0,03. Beim Doppelumrichter erhält man zunächst 0,0115 dm² bei den Flächenlücken, und mit Rücksicht auf

$$\int_0^{\pi} 2 \sin t \, dt = 4$$

ergibt sich für das Verhältnis der Flächenlücken zur Fläche der Grundwelle der ideellen Spannungskurve der Wert 0,005. Aus den Kurvenläufen der Bilder 13 und 14 kann

man ersehen, daß die bei den ideellen Spannungskurven vorhandene Symmetrie in bezug auf die 90°- bzw. 270°-Phasenlage nicht mehr besteht. Infolgedessen haben die Harmonischen — verglichen mit der Phasenlage der Grundwelle — nicht mehr die Phasenlage 0° oder 180°, sondern hiervon abweichende Phasenlagen. Bei einer sorgfältig durchzuführenden harmonischen Analyse muß man daher nicht nur die b_n-, sondern auch die a_n-Koeffizienten bestimmen. Abschätzend kann man zu den Bildern 13 und 14 und zu den Zahlenwerten 0,03 und 0,005 noch sagen: Beim Hüllkurvenumrichter wird man neben einer verhältnismäßig kleinen Änderung bei der Grundwelle und den Harmonischen niederer Ordnung stärkere Änderungen bei den Harmonischen höherer Ordnung — in erster Linie kommen die 11. bis 15. Harmonische in Betracht — feststellen können. Beim Doppelumrichter hingegen kann man aus dem Zahlenwert 0,005 entnehmen, daß nicht nur die Grundwelle und die Harmonischen niederer Ordnung praktisch gar nicht geändert werden, sondern auch die Harmonischen höherer Ordnung ihren Absolutwert um höchstens 0,001 ändern.

Zusammenfassend kann man also sagen, daß bei zweckmäßiger Wahl die Schaltung, wie sie beim Doppelumrichter ohne weiteres gegeben ist, der Einfluß der Spannungsabfälle in den Entladungsstrecken und der Einfluß der Kommutierungslücken klein genug gehalten werden können. Dabei können unter Umständen die betrieblichen Einflüsse kurvenverbessernd wirken. So hat beispielsweise der Spannungsabfall in den Entladungsstrecken, die zu den beiden Teilspannungen des Sonderfalles des Doppelumrichters gehören, zur Folge, daß die 3. Harmonische, die bei der ideellen Spannungskurve einen Wert von $+0{,}009$ hat, eine Änderung um $-0{,}006$ erfährt, d. h. auf den Wert $+0{,}003$ verringert wird. Ist aber die in diesem Fall maßgebende 3. Harmonische bereits negativ, wie es beim Hüllkurvenumrichter zutrifft, so wirkt der Spannungsabfall in den Entladungsstrecken kurvenverschlechternd.

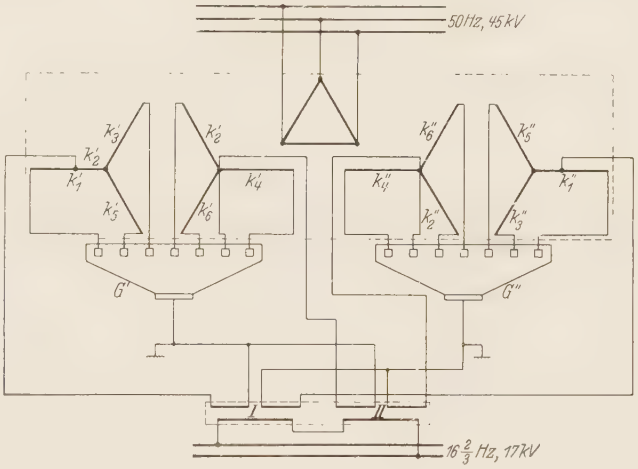

Bild 15. Schaltbild des Wiesental-Umrichters.

Versuche am Umrichter für die Wiesentalbahn.

Versuche an Modellumrichtern sind bereits zahlreich durchgeführt worden. Solche Versuche ergeben jedoch kein klares Bild bezüglich der wirklichen Betriebsvorgänge. Es ist daher ein großes Verdienst der Deutschen Reichsbahn gewesen, daß sie sich entschloß, einen Umrichter erheblicher Leistung bei der AEG, und zwar für die Wiesentalbahn, zu bestellen. Wie bereits weiter oben erläutert wurde, ist der Umrichter für die Wiesentalbahn ein Mehrfachumrichter, bei dem zwei gleichfrequente Teilspannungen verschiedenartiger Kurvenform und eine Kompensationsspannung dreifacher Frequenz addiert werden (vgl. Bild 6). Der genaue Schaltplan der Starkstromkreise des Umrichters ist aus Bild 15 ersichtlich. Der Drehstromtransformator enthält eine in Dreieck geschaltete Primärwicklung und — abgesehen von einer nicht gezeichneten Wicklung zur Speisung der Hilfsbetriebe — vier in Stern geschaltete Sekundärwicklungen zu je drei Phasen. Für die Lieferung der einen Halbwelle des Einphasenstromes dienen die eingestrichenen Wicklungen und das eingestrichene mehranodige Entladungsgefäß G'; für die Lieferung der anderen Halbwelle des Einphasenstromes kommen die zweigestrichenen Wicklungen und das zweigestrichene

mehranodige Entladungsgefäß G'' in Betracht. Demnach führen stets zwei Anoden des einen oder des anderen Gefäßes gleichzeitig den Strom. Der Einphasentransformator enthält zwischen den beiden schematisch dargestellten Schenkeln I und II einen freien magnetischen Rückschluß, der die Differenz der Flüsse führt. Man erkennt, daß die Addition der beiden gleichfrequenten Teilspannungen auf der Sekundärseite des Einphasentransformators vorgenommen wird. Wie man aus Bild 6 ersehen kann, ist die Kompensationsspannung dreifacher Frequenz um 180° in der Phase verschoben gegenüber der Phase 1. Es ist daher nicht erforderlich, diese Zusatzspannung ebenfalls erst auf der Sekundärseite des Umrichters zu addieren, sondern man kann gleich bei der Bildung der Teilspannung u_a durch Verschiebung des Sternpunktes entlang den Spannungswerten der Phase 1 die Addition von u_a und u_z durchführen.

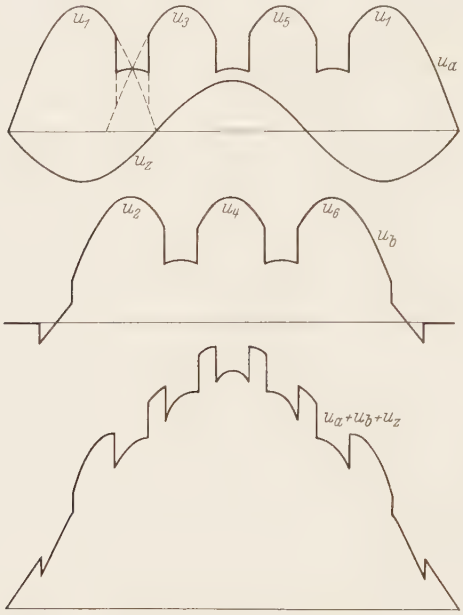

Bild 16. Leerlauf-Spannungskurven des Wiesental-Umrichters.

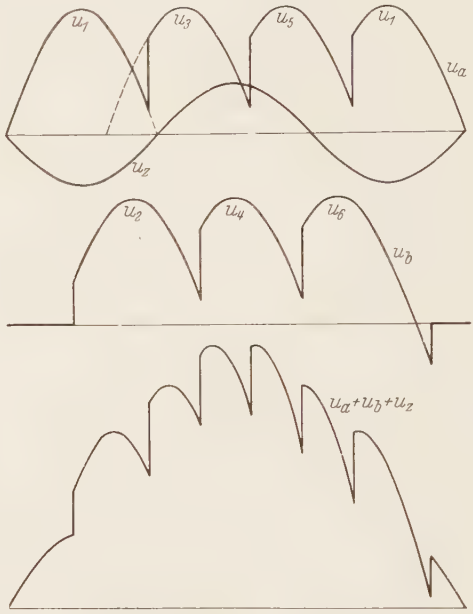

Bild 17. Spannungskurven des Wiesental-Umrichters für große Werte Ohmscher Belastung.

Zum Verständnis der Oszillogramme ist noch auf folgendes bezüglich der Gittersteuerung hinzuweisen: Bereits im vorangegangenen Abschnitt wurde (vgl. S. **303**) eine Abschätzung für einen Sonderfall, nämlich reine Wirkleistung bei Lieferung vom höherfrequenten Drehstromnetz an das niederfrequente Einphasennetz oder — anders ausgedrückt — reinen Gleichrichterbetrieb, gegeben. Beim Umrichter für die Wiesentalbahn ist aber die Bedingung gestellt worden, daß er für einen großen Bereich von Leistungsfaktorwerten arbeitsbereit zu halten ist. Energetisch betrachtet, wird bei einem von 1 verschiedenen Leistungsfaktor in einzelnen Abschnitten der niederfrequenten Periode die Energie vom Drehstromnetz an das Einphasennetz, in anderen Abschnitten der niederfrequenten Periode die Energie vom Einphasennetz an das Drehstromnetz geliefert. Im ersten Fall besteht also Gleichrichterbetrieb, im zweiten Fall Wechselrichterbetrieb. Auf diese zweifache Möglichkeit muß die Steuerung der Entladungsstrecken Rücksicht nehmen. Daher folgt: Erstens ist in jedem Augenblick mindestens je eine Entladungsstrecke des Gefäßes G' und des Gefäßes G'' gleichzeitig arbeitsbereit zu halten, die eine davon gemäß den Bedingungen des Gleichrichterbetriebes, die andere gemäß den Bedingungen des Wechselrichterbetriebes. Zweitens ist jede Entladungsstrecke in der einen Halbwelle der niederfrequenten Periode gemäß den Bedingungen des Gleichrichterbetriebes, in den folgenden Halbwelle der niederfrequenten Periode gemäß den Bedingungen des Wechselrichterbetriebes zu steuern.

Nun bedingt aber der Wechselrichterbetrieb, daß die Kommutierung vor dem Schnittpunkt der zugehörigen Phasenspannungen durchgeführt und beendet sein muß. Da die Kommutierungsdauer bei sonst unverändert gelassenen Verhältnissen mit dem Strom zunimmt, ist die Höchstbelastung den Steuerungsverhältnissen zugrunde zu legen. Es wurde nun die Steuerung derart eingestellt, daß die Kommutierung etwa 20° vor dem Schnittpunkt der Phasenspannungen beginnt. Aus Sicherheitsgründen

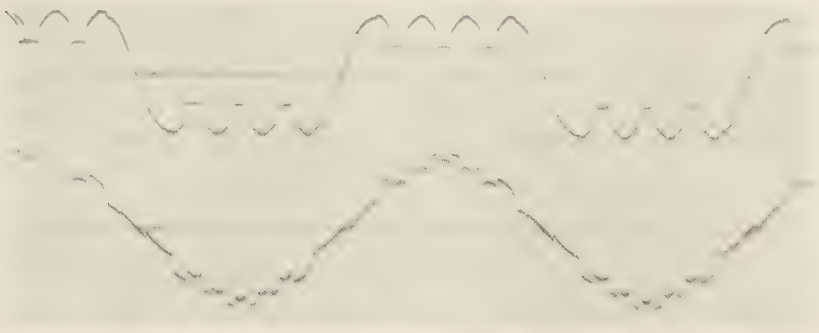

Bild 18. Leerlauf-Spannungskurven des Wiesental-Umrichters.

ist anzustreben, daß für sämtliche Halbwellen der niederfrequenten Periode Spannungsgleichgewicht besteht. Das bedingt, daß bei Gleichrichterbetrieb die Kommutierung erst um genau den gleichen Winkel gegenüber dem Schnittpunkt der Phasenspannungen mit Nacheilung beginnen kann wie mit Voreilung bei Wechselrichterbetrieb. Auf Grund dieser Festsetzungen ist die Leerlauf-Spannungskurve in Bild 16

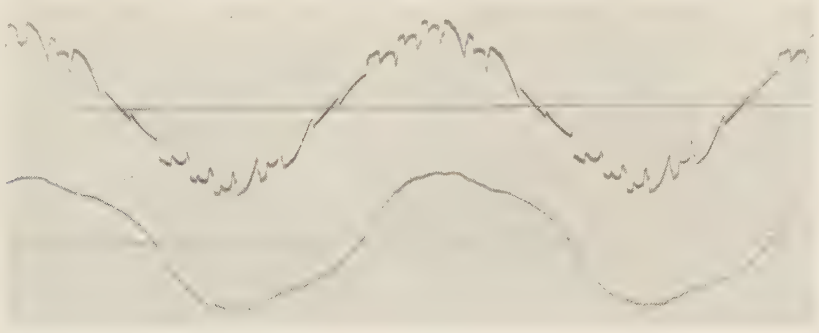

Bild 19. Spannungs- und Stromkurve des Wiesental-Umrichters bei 700 kVA-Belastung.

gezeichnet worden. Die kennzeichnenden unstetigen Übergänge beispielsweise von u_1 auf u_3 mit einem stetig verlaufenden Zwischenstück sind eine Folge der vorstehend erörterten Steuerungsverhältnisse und der dadurch bedingten Stromübergänge, an denen sich beide Gefäße G' und G'' beteiligen. Außerdem ist eine stromabhängige Sperrsteuerung vorgesehen, und zwar wirkt diese derart, daß während des Arbeitens des einen Gefäßes das andere Gefäß gesperrt gehalten wird. Kennzeichnend für sie ist, daß sie erst von einer gewissen Mindestgröße des Umrichterbelastungsstromes an, die sehr klein gewählt werden kann, wirksam ist. Für große Werte Ohmscher Belastung ergibt sich dann ein Spannungsbild gemäß Bild 17.

Die Oszillogramme[16]) gemäß Bild 18 bis 20 bestätigen nun die erwarteten Spannungsbilder nach Bild 19 und 20. So zeigt das bei Leerlauf aufgenommene Bild 18 von

[16]) Bei der Aufnahme der Oszillogramme unterstützten mich die Herren Dr.-Ing. G. Reinhardt und Dipl.-Ing. E. Scheel. Es ist mir eine angenehme Pflicht, den beiden Herren auch an dieser Stelle für ihre tatkräftige Bereitwilligkeit meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

oben nach unten zunächst die ohne Sternpunkt gebildete Teilspannung u_a, dann die mit Sternpunkt gebildete Teilspannung u_b und schließlich die Summenspannung $u_s = u_a + u_b + u_z$. Bild 19 zeigt oben die Summenspannung u_s bei einer Belastung mit etwa 700 kVA und einem Leistungsfaktor etwa gleich 0,85 und unten die zugehörige Stromkurve. Bild 20 zeigt oben die Summenspannung u_s bei einer Belastung mit etwa 1350 kVA und einem Leistungsfaktor etwa gleich 0,5 und unten die zugehörige Stromkurve. Beim Vergleich der Oszillogramme mit den erwarteten Spannungsbildern zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Bild 16 und 18. Bild 20 hingegen läßt bereits die Wirkungsweise der stromabhängigen Sperrsteuerung für einen sehr großen Teil der niederfrequenten Halbwelle erkennen. Bei Bild 19 ist die Wirkungsweise der stromabhängigen Sperrsteuerung nur andeutungsweise zu entnehmen. Die Durchgangsleistung des Umrichters noch mehr zu steigern, war

Bild 20. Spannungs- und Stromkurve des Wiesental-Umrichters bei 1350 kVA-Belastung.

wegen der beschränkten Leistungsverhältnisse des Prüffeldes nicht möglich. Aus dem gleichen Grunde war es nicht möglich, die im vorangegangenen Abschnitt durchgeführte Abschätzung von betrieblichen Einflüssen zu überprüfen.

Schlußbemerkungen.

Die in vorstehender Arbeit durchgeführten Untersuchungen zeigen, daß die Oberwellenfrage bei der Speisung von Einphasenstrom-Bahnnetzen aus Drehstrom-Landesnetzen mittels Umrichter ohne Steigerung des Aufwandes an aktivem Material vollkommen befriedigend zu lösen ist, und zwar mit einer Güte, wie sie bezüglich der Harmonischen niederer Ordnung wohl kaum von homogenen Maschinen, insbesondere Generatoren, überboten werden kann. Für eine noch weitere Verbesserung der Kurvenform dürfte, soweit die Harmonischen niederer Ordnung in Betracht kommen, kaum Interesse bestehen, da man ohnehin Kurvenverschlechterungen in Einphasenstrom-Bahnnetzen durch gesättigte Transformatoren usw. in Kauf nehmen muß[17]). Sollte im Einzelfall eine Verringerung der Größe der Harmonischen höherer Ordnung, insbesondere der 13. und 15. Harmonischen beim Doppelumrichter, erwünscht sein, so wird man die vom Umrichter gelieferte Spannung durch Summation von mindestens drei Teilspannungen gleicher Frequenz, aber verschiedenartiger Kurvenform bilden. Je mehr Teilspannungen verwendet werden, desto besser wird die Kurvenform der zu liefernden Spannung, und zwar in erster Linie bezüglich der Harmonischen höherer Ordnung, aber gleichzeitig hiermit tritt auch eine Verringerung der Größe der Harmonischen niederer Ordnung ein.

[17]) O. Kasperowski, a. a. O.

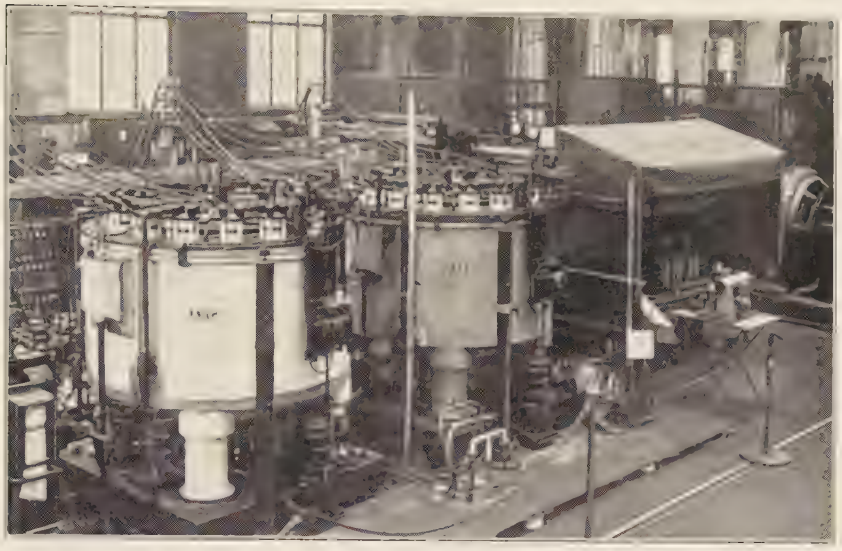

Bild 21. Der Wiesental-Umrichter im Prüffeld (Vorderansicht).

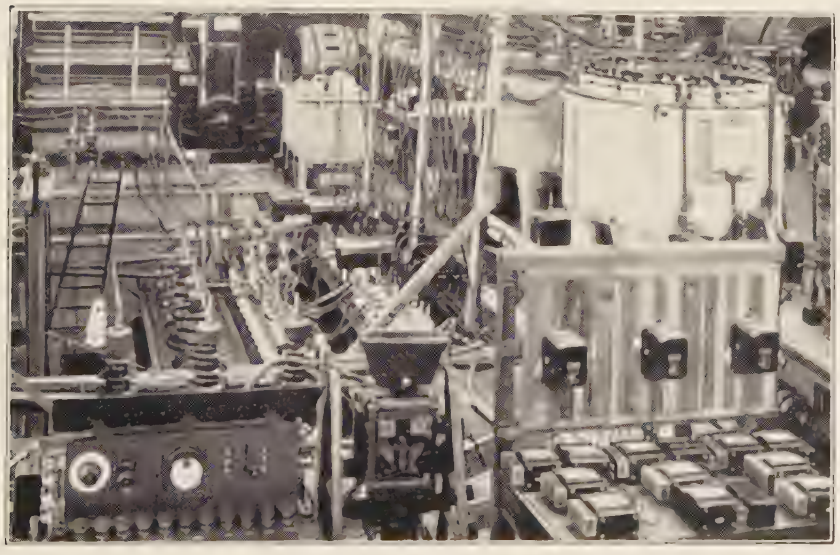

Bild 22. Der Wiesental-Umrichter im Prüffeld (Seitenansicht).

Die Bilder 21 bis 23 zeigen Ansichten des Aufbaues des Wiesental-Umrichters im Prüffeld der Herstellerin. In Bild 21 sind die beiden mehranodigen Gefäße und weiter rechts der Aufbau der Gittersteuerung zu erkennen. Wie man aus Bild 22

Bild 23. Der Wiesental-Umrichter im Prüffeld (Gittersteuerung).

ersehen kann, sind der im Vordergrund befindliche Drehstromtransformator und der weiter hinten befindliche Einphasentransformator (mit Leiter) in einer Prüffeldgrube untergebracht. Die in Bild 23 vergrößert dargestellte Gittersteuerung zeichnet sich dadurch aus, daß — im Gegensatz zu Vorschlägen anderer Firmen — mechanisch bewegte Teile so gut wie gar nicht vorhanden sind. Insbesondere finden Hilfsentladungsgefäße, und zwar solche mit Glühkathode und Quecksilberdampffüllung, Verwendung.

Lebenslauf.

Geboren: 29. April 1902 zu Berlin-Wilmersdorf. Schulbesuch: 1908 bis 1912 Volksschule zu Berlin-Friedenau. 1912 bis 1921 Realgymnasium zu Berlin-Friedenau. Reifeprüfung: 1921 abgelegt am Realgymnasium zu Berlin-Friedenau. Studium: 1921 bis 1923 Universität Berlin. 1923 bis 1926 Technische Hochschule Berlin. Diplomhauptprüfung: 1926 abgelegt an der Technischen Hochschule Berlin. Berufliche Tätigkeit: 1927 bis 1929 Siemens-Konzern (Zentrallaboratorium und Forschungslaboratorium). Seit 1929 Allgemeine Elektricitäts-Gesellschaft (Stromrichtergebiet).

Friedrich Barz.